FISIKA 1

Andi Suryanto
Syamsul Bakhri

FISIKA 1

FISIKA 1

Andi Suryanto
Syamsul Bakhri

PENERBIT
INSAN CENDEKIA MANDIRI
Publisher of educational books

FISIKA 1

Andi Suryanto dan Syamsul Bakhri

Editor:
Ulfa Nur Halizah

Desainer:
Mifta Ardila

Sumber:
www.insancendekiamandiri.com

Penata Letak:
Ulfa Nur Halizah

Proofreader:
TIM ICM

Ukuran:
x, 134 hlm., 17,6x25 cm

ISBN Jilid Lengkap:
978-623-348-297-4

ISBN Jilid 1:
978-623-348-298-1

Cetakan Pertama:
Agustus 2021

Anggota IKAPI: 020/SBA/20
PENERBIT INSAN CENDEKIA MANDIRI
(Grup Penerbitan CV Insan Cendekia Mandiri)

Perumahan Gardena Maisa 2, Blok F03, Koto Baru, Kecamatan Kubung,
Kabupaten Solok, Provinsi Sumatera Barat – Indonesia 27361
HP/WA: 0813-7272-5118
Website: www.insancendekiamandiri.co.id
www.insancendekiamandiri.com
E-mail: penerbitbic@gmail.com

PROFIL PENULIS

Andi Suryanto, lahir di Tellongeng Kabupaten Bone, 10 Agustus 1972, menyelesaikan pendidikan S1 di Jurusan Teknik Kimia Fakultas Teknologi Industri Universitas Muslim Indonesia Makassar (1992-1998). Bernama lengkap Dr. Ir. Andi Suryanto, S.T., M.T., IPM., ASEAN Eng. melanjutkan pendidikan S2 di Institut Teknologi Sepuluh November (ITS) Surabaya (2002-2004). Pria yang besar dalam keluarga kampung Tellongeng ini, kemudian melanjutkan pendidikan S3 di Institut Teknologi Sepuluh November (ITS) Surabaya dan meraih gelar Doktor dalam bidang Teknologi Proses (2012-2016).

Doktor Teknologi Proses ini dengan *nickname* AS, saat ini selain aktif sebagai Dosen mahasiswa S1 di Jurusan Teknik Kimia FTI UMI dan mahasiswa S2 di Program Magister Teknik Kimia Pascasarjana UMI, juga beberapa jabatan yang pernah diamanahkan di Universitas Muslim Indonesia yaitu Penanggung Jawab Sistem Mutu Fakultas Teknologi Industri Universitas Muslim Indonesia (2016-2020), Kepala Laboratorium Operasi

Teknik Kimia FTI-UMI (2016-2020), Ketua Program Studi Magister Teknik Kimia (2017-2019), Ketua Jurusan Teknik Kimia FTI-UMI (2019-Sekarang). Secara khusus, AS selain mengajar mata kuliah inti pada Program Studi Teknik Kimia, juga mengajar mata kuliah Fisika Dasar bagi mahasiswa S1 yang masih menempuh tahun pertama di FTI UMI.

Syamsul Bakhri, lahir di Ujung Pandang, 5 Desember 1973, menyelesaikan pendidikan S1 di Jurusan Teknik Kimia FTI Universitas Muslim Indonesia (UMI) Makassar (2005). Bernama lengkap Ir. Syamsul Bakhri, S.T., M.T., IPM. melanjutkan pendidikan S2 di Program Magister Teknik Kimia Pascasarjana Universitas Muslim Indonesia (UMI) Makassar (2016-2018).

Saat ini aktif sebagai Dosen mahasiswa S1 di Jurusan Teknik Kimia FTI UMI. Secara khusus, pria yang biasa disapa *Bang Syam* ini, spesialis mengajar mata kuliah Matematika (Kalkulus), Fisika Dasar, dan Kimia Dasar bagi mahasiswa S1 yang masih menempuh tahun pertama di Fakultas Teknologi Industri (FTI) Universitas Muslim Indonesia (UMI) Makassar.

DAFTAR ISI

PRAKATA

Fisika adalah salah satu cabang ilmu pengetahuan yang memiliki jangkuan yang sangat luas, mempelajari perilaku dan struktur materi. Fisika bagaikan panah cahaya dalam menelusuri kedalaman atomik hingga partikel yang paling elementer, bahkan mengarungi samudera alam, melintas dari satu gugus bintang ke gugus bintang lain, dari satu gugus galaksi ke gugus galaksi lain, dan seterusnya hingga ke lapisan terluar jagad raya. Semakin kita mempelajari ilmu fisika, insya Allah membawa kita semakin dekat kepada Sang Pencipta seluruh alam, yaitu ALLAH Swt.

Buku Fisika 1 ini disusun berbasis kompetensi yang diperuntukkan bagi Mahasiswa pada Tahun Pertama di Perguruan Tinggi, dengan pola penulisan yang dirancang dengan menggunakan bahasa yang sederhana, paparan materi yang rinci, hubungan antar sub-pokok bahasan yang berkelanjutan, contoh soal beserta pemecahannya, dan soal latihan yang menantang.

Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada Tim Penyusun Diktat Kuliah Fisika Dasar I Tahun Pertama bersama Universitas Hasanuddin Tahun 1997 yang karyanya telah memberikan kontribusi pendalaman materi, dan Tim Editor yang telah membantu menyempurnakan buku ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan buku ini masih banyak lubang yang terliang dan masih banyak rongga yang terengah. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran demi kesempurnaan buku ini.

Penulis

PENDAHULUAN

BAB
I

Fisika adalah bagian dari ilmu pengetahuan yang memiliki jangkauan yang sangat luas, mempelajari perilaku dan struktur materi. Fisika bagaikan *panah cahaya yang dapat menelusuri kedalaman atomic hingga partikel paling elementer dan juga dapat mengarungi samudera alam, melintas dari satu gugus bintang ke gugus bintang lain, dari satu gugus galaksai ke gugus galaksi lain, dan seterusnya sampai ke lapis terluar jagad raya*, sehingga fisika juga disebut sebagai ilmu fundamental yang menjadi tulang punggung bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi.

Fisika sebagai fundamental dalam perkembangan ilmu pngetahuan dan teknologi, salah satu contohnya dapat ditemukan dalam teori informasi. Konsep teori informasi identik dengan konsep teori relativitas di dalam fisika. Salah satu konsep di dalam teori relativitas menyatakan jika kita mampu bergerak dengan kecepatan yang sangat tinggi (kecepatannya mendekati kecepatan cahaya) maka objek lain akan nampak makin kecil atau ruang makin sempit. Demikian pula halnya yang terjadi dalam teori informasi.

1.1. Model, Teori, dan Hukum

Umumnya ilmu pengetahuan termasuk fisika, dibangun dalam empat aspek, yaitu model, teori, hukum, dan prinsip. Seorang saintis ingin memahami suatu fenomena, umumnya membuat suatu model. Pengetian model bagi saintis adalah suatu jenis analogi atau *mental.*

image dari suatu fenomena dalam bentuk yang mudah dipahami. Salah satu contoh adalah model gelombang cahaya. Kita tidak dapat melihat gelombang cahaya sebagaimana kita dapat melihat gelombang air, tetapi kita dapat membuat model gelombang cahaya seperti gelombang air karena eksperimen menunjukan bahwa dalam banyak hal cahaya berperilaku sama dengan gelombang air. Umumnya pemodelan dilakukan, karena kita tidak dapat melihat secara actual fenomena yang ingin diketehaui dan dijelaskan.

Aspek kedua adalah teori. Mungkin ada pertanyaan, apa perbedaan antara teori dan model. Umumnya "model" hanya dapat menggambarkan hal-hal yang sederhana dan menetapkan kesamaan struktur bagi fenomena yang dipelajari. Sementara "teori", penggambarannya lebih luas, lebih detail, dan berusaha memecahkan sejumlah masalah, sering menggunakan pendekatan matematik. Kadang-kadang sebuah "teori" yang dibangun dan dimodifikasi serta berkenaan dengan eksperimen yang lebih teliti dari sebuah fenomena dalam jangkuan yang luas, maka "model" tersebut dapat menjadi acuan dari sebuah "teori", misalnya teori atomik. Teori atomik dibangun dari teori gelombang cahaya, yang mana gelombang cahaya dibangun melalui pemodelan.

Teori yang dibangun umumnya dapat diformulasikan dalam beberapa kalimat ringkas. Kalimat ringkas tersebut disebut dengan *hukum*. Hukum umumnya berupa pernyataan tentang bagaimana alam berperilaku (misalnya energi adalah konservatif). Kadang-kadang hukum dinyatakan dalam bentuk persamaan antara kuantitas (misalnya persamaan Newton, F= m a).

Untuk menyebutnya suatu "Hukum", sebuah pernyataan harus terbukti secara eksperimen dari fenomena yang teramati dalam jangkuan yang luas, dalam pengertian "hukum" memberikan satu kesatuan untuk beberapa pengamatan. Untuk pernyataan umum yang lebih sempit, kata "prinsip" lebih sering digunakan (misalnya "prinsip" Archimedes), yang mana garis penghubung antara "hukum" dan "prinsip" tentu saja selalu berubah, dan tidak selamanya konsisten secara utuh.

1.2. Pengukuran dan Ketidakpastian

Pengukuran di dalam ilmu fisika merupakan aspek penting mengingat suatu "hukum" dapat diberlakukan jika telah terbukti secara eksperimental, dan eksperimental tidak dapat dipisahkan dari pengukuran. Ketepatan pengukuran juga merupakan bagian penting dari fisika. Tidak ada pengukuran yang presisi secara mutlak, terdapat ketidakpastian sehubungan dengan setiap pengukuran.

Setiap pengukuran yang kita lakukan mungkin lebih besar atau lebih kecil dari yang kita catat. Oleh karena itu, pemberian hasil dari suatu pengukuran harus disertai dengan "estimasi ketidakpastian" (*estimated uncertainty*). Misalnya: lebar papan kayu ditulis 5,2 $\pm$ 0,1 cm. Angka $\pm 0,1$ cm menyatakan estimasi ketidakpastian dalam pengukuran (umumnya angka 0,1 cm adalah nilai skala terkecil alat ukur, dalam hal ini papan diukur menggunakan mistar). Lebar aktual papan berada di antara 5,1 dan 5,3 cm. Prosen ketidakpastian (*percent uncertainty*) adalah rasio ketidakpastian terhadap harga terukur dikalikan dengan 100. Misalnya jika pengukuran adalah 5,2 cm dan ketidakpastian sekitar 0,1 cm, maka prosen ketidakpastian sebesar:

$$\frac{0,1}{5,2}\ x\ 100 = 2\%$$

1.3. Angka Signifikan (angka berarti)

Angka signifikan adalah angka-angka di dalam suatu bilangan yang turut mempengaruhi hasil-hasil perhitungan. Misalnya, terdapat empat angka signifikan pada bilangan 23,21 dan dua angka signifikan pada pengukuran 0,062 cm. Perlu diperhatikan bahwa "angka signifikan" tidak bisa dipisahkan dari skala pengukuran. Dapat kita perkirakan bahwa hasil pengukuran 0,062 cm menggunakan skala pengukuran (skala terkecil alat ukur) 0,001 cm atau 0,002 cm, sehingga angka 6 (enam) dan 2 (dua) adalah angka signifikan.

Akan tetapi coba perhatikan, bilangan 36,900 memiliki jumlah angka signifikan yang tidak jelas, mungkin tiga, empat, atau lima angka signifikan. Mengapa demikian? karena skala pengukurannya bisa 100, 50, 20, 10, 5, 2, atau 1. Namun jika ditulis 3,69 x 10^4, kita dapat pastikan terdapat tiga angka signifikan. Pada bilangan 3,690 x

10^4 terdapat empat angka signifikan, atau jika terdapat bilangan 36,901, kita pastikan terdapat lima angka signifikan.

Hasil perkalian, pembagian, pengurangan, dan penjumlahan dua buah bilangan atau lebih, hendaknya ditulis dengan jumlah angka signifikan yang sama dengan jumlah angka signifikan terkecil dari bilangan induk. Bilangan induk, hendaknya dalam keadaannya yang semula (tidak mengurangi angka signifikan) pada saat mengalami operasi matematik.

1.4. Sistem Satuan dan Dimensi

1.4.1. Sistem Satuan

Pada mulanya satuan-satuan pengukuran hanya dinyatakan dengan perasaan atau alat-alat organ tubuh manusia, misalnya depah atau langkah kaki untuk alat atau satuan pengukuran panjang. Sebenarnya metode pengukuran ini masih sering digunakan di daerah-daerah pedalaman di seluruh dunia. Namun seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, terutama karena transformasi ilmu semakin meluas dengan berkembang pesatnya informasi dan interaksi sosial, maka menjelang abad ke-19 mulailah dipikirkan sistem satuan dan alat ukur standar.

Standar Panjang

Sekitar 200 tahun yang lalu, satuan-satuan pengukuran tidak distandarkan, menyebabkan kesulitan komunukasi ilmu pengetahuan. Pengukuran yang digunakan adalah kubik, kumpulan-kumpulan, tangan dan kaki, tempat ke tempat, dengan kenyataan itu Standar Internasional menetapkan meter standar (disingkat m) ditetapkan oleh Akademi Ilmu Pengetahuan Perancis dalam tahun 1790. Dari hasil pemikiran mula-mula Standar satu meter dinyatakan sepersepuluh juta jarak dari bumi khatulistiwa ke kutub utara, dan telah dibuat balok platinum yang menunjukkan panjang ini. Pada tahun 1889, satu meter itu didefinisikan sebagai jarak antara dua garis halus yang diguratkan pada keping emas dekat ujung-ujung batang. Pada tahun 1960 satu meter didefinisikan sebagai 1.650.763.73 panjang gelombang yang dipancarkan oleh partikel cahaya ungu oleh gas krypton 86. Pada tahun 1983 satu meter telah didefinisikan kembali sebagai panjang lintasan cahaya dalam ruang vakum selama interval dari $\frac{1}{299.792.458}$ dari satu detik.

Standar Massa

Standar untuk massa tidak pernah berubah sejak ditetapkan, yaitu silinder yang dibuat dari platinum-iridium dan diberi nama satu kilogram. Silinder standar massa ini disimpan di International Bureem of Weights and Measures, Perancis.

Standar Waktu

Standar satuan waktu adalah second (s). Mula-mula satu detik didefinisikan sebagai 1/86.400 dari rata-rata dalam satu hari. Kemudian pada tahun 1955, satu detik didefinisikan suku dari frekuensi radiasi yang dipancarkan oleh atom-atom cesium di Laboratorium Boulder di lembaga Standar Nasional Inggris.

Di tahun 1967 satu detik didasarkan atas jam cesium yang diterima sebagai Standar Internasional oleh konfrensi umum mengenai berat dan ukuran detik tersebut didefinisikan sebagai

9.192.631.770 kali peiode transisi Cs^{133} tertentu. Hal ini meningkatkan ketelitian pengukuran waktu menjadi satu bagian dalam 10^{12}, lebih baik sekitar 10^{3} kali daripada ketelitian dengan metode astronimis. Dari itu ditentukan 60 detik satu menit dan 60 menit satu jam (h).

Table 1.1 memperlihatkan sistem satuan yang telah disepakati yang dikenal sebagai Sistem Internasional (SI) disertai sistem CGS yang juga banyak digunakan.

1.4.2. Dimensi

Dimensi menyatakan sejauh mana (hingga orde berapa) kebergantungan besaran-besaran turunan terhadap besaran pokok /besaran dasar. Karena dimensi menyatakan orde kebergantungan, sebaiknya tidak menggunakan tanda strep, garis miring, atau bagi. Misalkan kecepatan memiliki dimensi $[L][T]^{-1}$ (bukan [L] / [T]). Analisis dimensi berguna untuk mencegah kekeliruan dalam jabaran rumus.

Tabel 1-1 Besaran-Besaran Dasar

Nama Besaran	Satuan (SI)	Satuan (CGS)	Simbol dimensi
Panjang	meter (m)	centimeter (cm)	[L]
Massa	kilogram (kg)	gram (gr)	[M]
Waktu	detik (s)	detik (s)	[T]
Arus Listrik	ampere (A)	ampere (A)	[I]
Temperatur termodinamika	kelvin (K)	kelvin (K)	[⊙]
Jumlah zat	mole (mol)	mole (mol)	[N]

Nama Besaran	Satuan (SI)	Satuan (CGS)	Simbol dimensi
Intensitas cahaya	candela (cd)	candela (cd)	[J]
Besaran Tambahan			
Sudut datar	radian (rad)	-	-
Sudut ruang	steradian (sr)	-	-

Definisi besaran-besaran sewaktu-waktu diperbaiki sesuai dengan perkembangan metode pengukuran. Setiap definisi diusahakan agar hanya bergantung pada suatu (atau beberapa) sifat alam yang fundamental yang tidak berubah keadaan dengan waktu, tempat, dan lain-lain.

Seringkali jka kita harus menyatakan besaran fisis, kita menjumpai bilangan-bilangan yang sangat besar atau sangat kecil. Konverensi umum mengenai berat dan ukuran ke-14 menganjurkan penggunaan awalan berupa sepuluh berpangkat bilangan bulat, atau khususnya kelipatan 10^{3n}, dengan n adalah bilangan bulat.

Tabel 1-2 Awalan-awalan untuk satuan SI

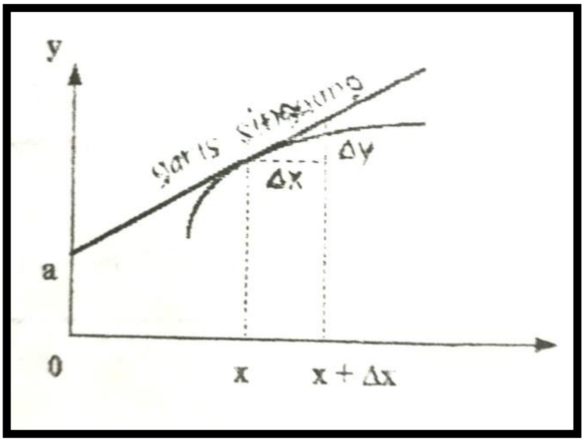
Faktor	Awalan	Lambing	Faktor	Awalan	Lambang
10^{18}	Eksa	E	10^{-3}	mili	m
10^{15}	Peta	P	10^{-6}	mikro	μ
10^{12}	Tera	T	10^{-9}	nano	n
10^{9}	Giga	G	10^{-12}	piko	p
10^{6}	Mega	M	10^{-15}	femto	f

Faktor	Awalan	Lambing	Faktor	Awalan	Lambang
10^3	Kilo	K	10^{-18}	atto	a

1.5. Pengantar Matematika

1.5.1. Diferensial

"Diferensial" atau sering dikenal sebagai "turunan" didefinisikan sebagai "Laju perubahan suatu perubah terhadap perubah lain" atau "laju perubahan fungsi terhadap perubah bebasnya". Misalkan terhadap fungsi y= f(x). Definisi secara matematis untuk turunan y adalah



Gambar 1.1

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{[f(x + \Delta x) - f(x)]}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

Persamaan garis singgung pada gambar 1.1 (garis putus-putus) diberikan oleh

y = f(x) = a + bx

$\frac{dy}{dx}$ = y' = f '(x) = $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{[f(x+\Delta x)-f(x)]}{\Delta x}$ = b

= gradien arah garis lurus (garis singgung kurva)

Pada tabel 1-3 disajikan beberapa rumus diferensial yang sering digunakan

Tabel 1-3. Beberapa Rumus Diferensial

f(x)	f ' (x) = d[f(x)] /dx = dy /dx	Dalil
C (konstan)	0	1
x^n	nx^{n-1}, n adalah konstanta	2
a f(x)	a f'(x), a adalah konstanta	3
f(x) + g(x)	f '(x) + g '(x)	4
f(x) g(x)	f '(x) g(x) + g '(x) f(x)	5
f[g(x)]	f '[g(x)] . g '(x)	6
sin x ; sin [f(x)]	cos x ; f '(x) .cos [f(x)]	7
cos x ; cos [f(x)]	-sin x ; - f '(x) . sin [f(x)]	8
ln x ; ln [f(x)]	1/x ; f '(x) . 1/f(x)	9
e^x ; $e^{f(x)}$	e^x ; f '(x). $e^{f(x)}$	10

Contoh – 1:

Carilah turunan fungsi $y= 6 \sin 2x$.

Soal dapat diselesaikan menggunakan dalil-7 dengan f '(x)= 2x.

$dy/dx = 6. 2.\cos 2x = 12 \cos 2x$

Contoh – 2:

Carilah turunan dari fungsi $y = (e^{4x} + 5)^2$.

Soal dapat diselesaikan menggunakan dalil-4 atau dalil-6. Penyelesaian menggunakan dalil-4 dilakukan dengan terlebih dahulu mengkuadratkan suku di dalam kurung.

$y = (e^{4x} + 5)^2 = e^{8x} + 10 e^{4x} + 25$

dengan $f(x) = e^{8x}$, $g(x) = 10 e^{4x}$, dan $h(x) = 25$

$dy/dx = f'(x) + g'(x) + h'(x)$

dengan bantuan dalil-10, diperoleh:

$dy/dx = 8 e^{8x} + 40 e^{4x} + 0 = 8 e^{4x} (e^{4x} + 5)$

1.5.2. Integrasi

Secara fisis, diferensial dapat memiliki arti memperkecil dimesi atau orde kebergantungan beserta turunan (perubah tidak bebas) terhadap besaran dasar (perubah bebas). Sebaliknya, integrasi memperbesar orde kebergantungan besaran turunan terhadap besaran dasar. Secara matematis integrasi bisa berarti penjumlahan, mencari luas di bawah kurva, atau mencari fungsi turunannya.

Jika kita mempunyai fungsi turunan d[f(x)]/dx = f(x) maka untuk mencari fungsi asal F(x) dilakukan integrasi, yaitu:

$$\int f(x)\ dx = F(x) + C$$

Integral semacam ini disebut “Integral tidak tentu”, C mempunyai harga sembarang dan bias disebut konstanta integrasi. Jika harga F(x) diketahui untuk harga x tertentu, harga konstanta C dapat ditentukan.

Jika pada integral diberi batas atas (misalnya x = b) dan batas bawah (misalnya x=a), maka:

$$\int_a^b f(x)\ dx = F(x)\,\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Integral berbentuk $\int_a^b f(x)\ dx$ disebut “Integral tentu”.

Tabel 1-4 Beberapa integral tidak tentu (a, b, C = konstan)

$\int f(x)\ dx$	= F(x) + C	Dalil
$\int x^n\ dx$	$\frac{1}{n+1}\ x^{n+1} + C$	11
$\int \frac{1}{x}\ dx$	$\ln(x) + C$	12
$\int \cos x\ dx$	$\sin x$ + C	13
$\int \cos(ax)\ dx$	$\frac{1}{a} \sin ax$ + C	14
$\int \sin ax\ dx$	$-\frac{1}{a} \cos ax$ + C	15
$\int e^x\ dx$	e^x + C	16
$\int a\, e^{bx}\ dx$	$\frac{a}{b} e^{bx}$ + C	17
$\int [af(x) + f(x)]\ dx$	a $\int f(x)\, dx$ + $\int f(x)\, dx$	18

$\int f(x)\ dx$	= F(x) + C	Dalil
$\int]ag(x)\ + f(x)]\ dx$	$a\int g(x)\ dx +$ $\int f(x)\ dx$	19
$\int [g(x) +\ f(x)]\ \ dx$	$\int g(x)\ dx + \int f(x)\ dx$	20
$\int u(x)\ dv(x)$	uv - $\int v\ du$	21

1.5.3. Beberapa Contoh Aplikasi Fisis Diferensial dan Integral

Kecepatan adalah diferensial dari jarak x terhadap waktu t. Sebaliknya, jarak adalah integral kecepatan terhadap waktu. Percepatan adalah diferensial dari kecepatan terhadap waktu. Sebaliknya, kecepatan adalah integral percepatan terhadap waktu.

Contoh – 3:

Hitunglah kecepatan benda setiap saat yang berada pada posisi x = 5t – 2, dengan x dalam meter dan t dalam secon)

v (kecepatan) = $\frac{dx}{dt}$ = $\frac{d\ (5t-2)}{t}$ = 5 m/s

Contoh – 4:

Hitunglah kecepatan dan percepatan benda pada saat t= 1 secon jika posisi benda dinyatakan oleh x = 10t – 3t^2.

v (kecepatan) = $\frac{dx}{dt}$ = 10 – 6t = 10 – 6 (1) = 4 m/s

a (percepatan) = $\frac{dv}{dt}$ = – 6 m/s

Contoh – 5:

Sebuah benda bergerak dengan percepatan rata-rata 20 m/s^2. Pada saat t = 1 secon, kecepatan benda 50 m/s dan jarak yang ditempuh 10 meter. Hitunglah kecepatan dan jarak pada saat t = 10 secon.

v (kecepatan) = $\int a\, dt = \int 20\, dt = 20t + C_1$

$t = 1,\ v = 50$ m/s $\rightarrow 50 = 20 + C_1 \rightarrow C_1 = 30$

Maka,

$v = 20t + 30 \rightarrow t = 100$ secon

$= 20.\ 100 + 30 = 2000 + 30 = 2030$

x (jarak) = $\int v\, dt = \int (20t + 30)\, dt = 10t^2 + 30t + C_2$

$t = 1,\ x = 10$ meter $\rightarrow 10 = 10 + 30 + C_2 \rightarrow C_2 = -30$

maka,

$x = 10t^2 + 30t - 30 \rightarrow t = 100$ secon

$= 10\,(100)^2 + 30\,(100) - 30$

$= 10\,(10.000) + 3.000 = 100.000 + 3000 - 30$

$= 102.970$ meter

1.6. Vektor Operator

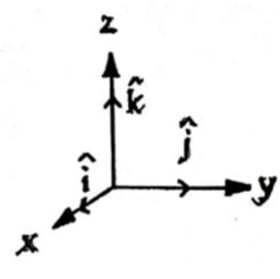
Jika kita ingin memberikan informasi kepada orang lain tentang pergeseran, misalnya suatu benda sejauh 5 m atau misalnya sebuah pesawat tempur terbang dengan kecepatan 300 km per jam, informasi yang kita berikan ini masih dapat menyesatkan jika disertakan dengan arah pergeseran benda A atau arah terbang pesawat tempur. Besaran-besaran yang memerlukan informasi arah disebut "besaran vektor" seperti antara lain: kecepatan, pergeseran, dan momentum. Sedangkan besaran-besaran yang tidak memerlukan informasi arah disebut “besaran skalar” seperti antara lain; massa, temperatur dan kecepatan.

Penjumlahan, pengurangan dan perkalian besaran besaran vektor sangat dipengaruhi oleh arah dari masing-masing besaran vektor tersebut umumnya besaran vektor ditulis dengan menggunakan simbol yang bergaris panah di atasnya atau ditulis dengan menggunakan simbol huruf tebal, dan digambarkan secara grafis dengan garis berpanah titik arah panah menyatakan arah vektor.

Dalam sistem koordinat kartesian 3 dimensi suatu vektor dapat diuraikan dalam tiga komponen. Vektor satuan i, j dan k didefinisikan sebagai vektor yang mempunyai besar sama dengan satu dan arah sejajar dengan sumbu x, y dan z berturut-turut. Suatu vektor A dapat diuraikan sebagai

$$\mathbf{A = A_x i + A_y j + A_z k}$$

Dengan A_x, A_y, dan A_z, masing-masing sebagai komponen vektor A dalam arah x,y, dan z.



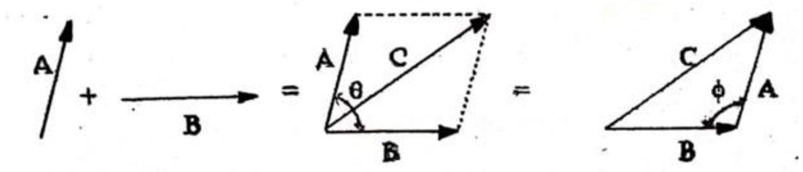
Gambar 1.2

Besar vektor A ditulis dengan |A| atau A (tanpa garis panah di atasnya) dan bila komponen-komponen kartesian diketahui maka A diberikan berdasarkan

$|A| = A = [A_x^2 + A_y^2 + A_z^2]^{1/2}$

1.6.1. Penjumlahan Vektor

Dua buah vektor masing-masing A dan B jika dijumlahkan menghasilkan sebuah vektor resultan C.



Gambar 1.3.

C = A + B

$|C|^2 = |A|^2 + |B|^2 + 2|A|B|\cos \theta$

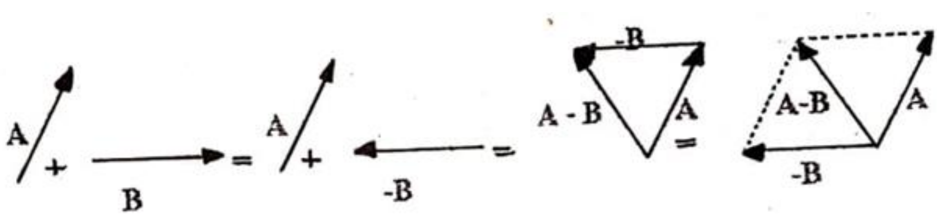
C = A + B = B + A

$|C|^2 = |A|^2 + |B|^2 - 2|A|B|\cos \theta$

1.6.2. Pengurangan Vektor

Pengurangan dua vektor didefinisikan sebagai:

A – B = A + (-B)



Gambar 1.3.

1.6.3. **Perkalian Titik (*Dot Product*)**

Operasi perkalian vektor ada dua macam. Yang pertama adalah perkalian titik, diberi tanda "." antara dua vektor, hasilnya adalah skalar.

Dengan ϴ adalah sudut antara vektor A dan B. Jika komponen-komponen kartesian dari A dan B diketahui, maka:

$$\mathbf{A \bullet B = (A_x i + A_y j + A_z k) \bullet (B_x j + B_y j + B_z k)}$$

$$\mathbf{= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}$$

dengan

$i \bullet i = j \bullet j = 1$

$i \bullet j = j \bullet k = k \bullet i = 0$, karena ketiga vektor satuan saling tegak lurus.

1.6.4. **Perkalian Silang (*Cross Product*)**

Operasi perkalian vektor yang kedua adalah "perkalian silang, diberi tanda " * " antara dua vektor, hasilnya adalah vektor.

$$\mathbf{A*B = |A||B| \sin \Theta = A\,B \sin \Theta}$$

Dengan ϴ adalah sudut antara vektor A dan B. Jika diuraikan dalam komponen-komponen kartesian:

$$\mathbf{A*B = (A_x i + A_y j + A_z k)*(B_x i + B_y j + B_z k)}$$

$$\mathbf{= (A_y B_z - A_z B_y) i + (A_z B_x - A_z B_z) j + (A_x B_y - A_y B_x) k}$$

Atau

$$\mathbf{A*B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}} \quad \text{(bentuk determinan)}$$

dengan

i*j = – j*i = k

j*k = – k*j = i

k*j = – i*k = j

arah vektor A*B senantiasa tegak lurus dengan luasan yang dibentuk oleh perkalian silang tersebut.

1.7. Contoh-Contoh Soal dan Pemecahannya

1.7.1. Hitunglah dimensi dari "energi per luas"

Jawab:

Energi per luas mempunyai satuan (SI) J/m^2

$J/m^2 = (kg\ m^2/s^2)/m^2 = kg\ m^2/m^2\ s^2 = kg/s^2$

Dimensinya: $[M][T]^{-2}$

1.7.2. Hasil pengukuran sebuah kotak menunjukkan panjang = 20,21 cm, lebar = 10,2 cm dan tinggi = 8,71 cm. berapakah volume kotak?

Jawab:

Volume = panjang x lebar x tinggi

= 20,21 cm x 10,2 cm x 8,71 cm = 1791.55824 cm^3

Perhatikan bahwa panjang kotak 20,21 cm mengandung 4 angka signifikan, lebar 10,2 cm mengandung 3 angka signifikan dan tinggi 8,72 cm mengandung 3 angka signifikan. Maka volume kotak harus mengandung 3 angka signifikan.

Jadi volume = $1,80 \times 10^4$ cm^3

I.7.3. Hitunglah turunan dari:

a. $\sin^2 3x + \cos 2x$

b. $e^{5x} - 2x^2 + ½ x - 2$

Jawab:

a. $d(\sin^2 3x + \cos 2x) / dx = d(\sin^2 3x) / dx + d(\cos 2x) / dx$

$= d(\sin 3x)^2 / dx + d(\cos 2x) / dx$

$= 2 (\sin 3x).3(\cos 3x) - 2 (\sin 2x)$

$= 6 \sin 3x \cos 3x - 2 \sin 2x$

b. $d/dx\ (e^{5x} - 2x^2 + ½ x - 2) = d(e^{5x}) /dx - d(2x^2) / dx + d(1/2\ x)/dx - d(2)/dx$

$= 5e^{5x} - 4x + ½$

I.7.4. Hitunglah: a). $\int \frac{1}{x^2}\, dx$; b) . $\int 3x \sqrt{(1-2x^2)}\, dx$

Jawab:

- $\int \frac{1}{x^2}\, dx = \int x^{-2}\, dx = \frac{1}{-2+1} x^{-2+1} + C = -\frac{1}{x} + C$
- $\int 3x \sqrt{(1-2x^2)}\, dx = ...?$ Misal $1-2x^2 = u$

$du = -4xdx$

$xdx = -¼\, du$

$\int 3x \sqrt{(1-2x^2)}\, dx = \int 3\ (-\frac{1}{4})\ u^{1/2}\, du$

$= -\frac{3}{4} \int u^{1/2}\, du$

$= -\frac{3}{4} \frac{1}{\frac{1}{2}+1} u^{\frac{1}{2}+1} + C$

$= -\frac{1}{2} (1-2x^2)^{\frac{3}{2}} + C$

1.7.5. Sebuah kapal berlayar 400 km ke arah barat lalu 300 km kea rah barat daya. Tentukanlah berapa jauh dari posisi semula dana arah haluannya untuk kembali ke posisi semula.

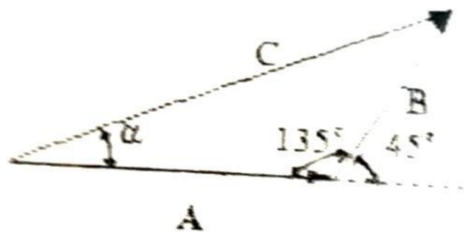
Jawab:

$|A| = 400$ km

$|B| = 300$ km

$|C| = ?$

$\alpha = ?$



$|C|^2 = |A|^2 + |B|^2 - 2|A||B| \cos 135$

$= 400^2 + 300^2 – 2.400.300 \cos 135°C$

$= 250.000 – 240.000 \cos 135°C$

$= 250.000 + 240.000 . \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$\sin \alpha / |B| = \sin 135 / |C|$ => $\sin \alpha = \{|B|/|C|\} \sin 135 = \frac{300}{400} \sin 135 = \frac{3}{4}\frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{3}{8}\sqrt{2}$

$\alpha = \text{Arc} \sin (\frac{3}{8}\sqrt{2})$

1.8. Soal-Soal Latihan dan Diskusi

1.8.1. Suatu hari anda berjalan-jalan disekitar “monumen mandala (pembebasan Irian Jaya)” dengan membawa sebuah meteran (30 meteran) dan sebatang tongkat dua meteran. Lalu seseorang bertanya “berapakah tinggi monumen ini?” lalu apa yang anda lakukan dengan peralatan (bawaan) anda untuk menjawab pertanyaan orang tersebut?

1.8.2. Tentukanlah kerapatan massa dan luas permukaan (dalam satuan SI) dari sebuah silinder dengan tinggi= 10,04 cm, diameter 32,1 mm dan massa= 49,2 gram. Perhatikanlah angka signifikan yang seharusnya dituliskan pada jawaban anda.

1.8.3. Hitunglah turunannya jika:

a) $y = \cos^4 3x$

b) $y = \frac{x}{x^2+4}$

c) $y = e^{\frac{1}{x}}$

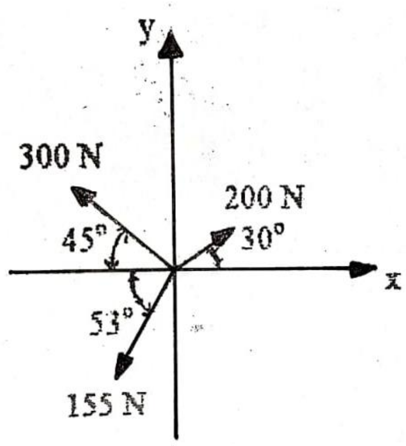
1.8.4. Carilah integral tak tertentu dari fungsi:

a). $f(x) = xe^{2x}$

b). $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$

c). $f(x) = x \cos (3x^2)$

1.8.5. Tentukanlah dengan cara grafik dan arah resultan dari tiga gaya seperti pada gambar di bawah.



KINEMATIKA

BAB II

Salah satu cabang fisika yang mempelajari gerak objek, dan dihubungkan dengan konsep gaya dan energi disebut mekanika. Mekanika umumnya dibagi dalam dua bagian, yakni; ”Kinematika” yang mendeskripsikan bagaimana obyek bergerak, dan “Dinamika” yang menjelaskan kenapa dan bagaimana obyek bergerak. Pada bab ini akan dibahas tentang kinematika.

Kinematika Dalam Satu Dimensi

Pada pasal ini, kita hanya memandang objek bergerak dalam suatu garis lurus dan tidak berotasi. Gerak seperti ini disebut “gerak translasi”. Dalam suatu kerangka acuan atau sistem koordinat (kartesian), gerak translasi satu dimensi digambarkan dalam sumbu koordinat -x saja.

Kecepatan Rata-Rata

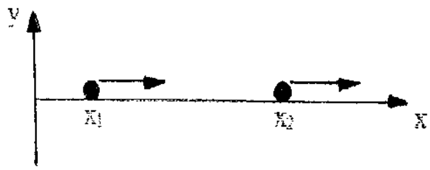
Seringkali kita tidak dapat membedakan kata “kecepatan” dan “laju”. Ada perbedaan prinsipil antara “kecepatan” dan “laju”, yakni; kecepatan adalah besaran vektor, sedangkan laju belum tentu besaran vektor.

Kecepatan sendiri secara definisi adalah laju tetapi tidak semua laju adalah kecepatan. Laju didefinisikan sebagai perubahan “sesuatu” per satuan waktu. “sesuatu” bisa berarti pergeseran, kecepatan, massa, energi, volume, dan lain-lain.

Kecepatan rata-rata didefinisikan sebagai jarak perpindahan dibagi dengan waktu yang dibutuhkan untuk menempuh jarak tersebut.

Jarak perpindahan didefinisikan sebagai perubahan posisi. Misalkan mula-mula sebuah obyek berada pada posisi x_1, kemudian pada interval waktu tertentu telah berada pada posisi x_2 (lihat gambar 2.1).

Maka perubahan posisi adalah (diberi simbol Δx).



Gambar 2.1

$\Delta x = x_2 - x_1$

Waktu yang dibutuhkan objek untuk berpindah dari posisi x_1 ke x_2 adalah $\Delta t = t_2 - t_1$. Maka kecepatan rata-rata adalah

$$\bar{v} = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1) = \Delta x/\Delta t$$

dengan v adalah kecepatan dan tanda garis datar (-) di atas v berarti rata-rata.

Kecepatan Sesaat

Kecepatan sesaat didefinisikan sebagai kecepatan rata-rata pada selang waktu yang sangat pendek. Dalam hal ini, persamaan ($\bar{v}$) dihitung dalam limit Δt secara infinitisimal sangat kecil, mendekati 0.

$v = \lim_{\Delta x \to 0} \Delta x/\Delta t = dx/dt$

Notasi $\lim\limits_{\Delta x \to 0}$ berarti rasio Δx/Δt dihitung dalam limit Δt mendekati nol, tetapi tidak sama dengan nol.

Percepatan (Rata-rata dan Sesaat)

Percepatan rata-rata didefinisikan sebagai laju perubahan kecepatan, atau perubahan kecepatan dibagi dengan waktu yang dibutuhkan selama perubahan tersebut.

$$a = \frac{(v_2 - v_2)}{(t_2 - t_1)} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Sementara percepatan sesaat didefinisikan sebagai analogi dari kecepatan sesaat:

$$a = \lim_{\Delta x \to 0} \Delta v/\Delta t = dv/\Delta dt$$

dengan Δv menyatakan perubahan kecepatan yang kecil secara infinitisimal selama selang waktu Δt yang singkat secara infinitesimal. Pada umumnya konsep percepatan dikaitkan dengan kecepatan atau laju. Percepatan yang membuat kecepatan suatu benda atau sistem makin kecil disebut "perlambatan", sebaliknya percepatan yang membuat kecepatan suatu benda atau system makin besar disebut "percepatan".

Gerak Dipercepat Beraturan Atau Percepatan Konstan

Pandang suatu obyek mula-mula dalam kurung ($t_1 = 0$) berada pada posisi $x_1 = x_0$ dengan kecepatan $v_1 = v_o$. Pada saat $t_2 = t_1$ obyek tepat berada pada posisi $x_2 = x$ dengan kecepatan $v_1 = v$. Kecepatan rata-rata dan percepatan rata-rata obyek selama selang waktu $t_2 - t_1 = t$ diberikan oleh:

$v = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1) = (x - x_o)/(t - 0) = (x - x_o)/t$

$a = (v_2 - v_1)/(t_2 - t_1) = (v - v_o)/t$

atau

$\mathbf{x = x_o + v\ t}$

$\mathbf{v = v_o + a\ t}$

Oleh karena kecepatan berubah secara beraturan (uniform), maka kecepatan rata-rata v adalah setengah dari jumlah percepatan akhir.

$v = ½ (v_o + v)$ (percepatan konstan)

Jika persamaan $v = ½ (v_o + v)$ kita masukkan ke dalam persamaan $x = x_o + v\ t$, diperoleh

$x = x_o + (½ (v_o + v))\ t = x_o + ½\ v_o\ t + ½\ v\ t$

Jika persamaan $v = v_o + at$ kita masukkan ke dalam persamaan $x = x_o + (½ (v_o + v))\ t = x_o + ½\ v_o\ t + ½\ v\ t$, kita peroleh

$x = x_o + ½\ v_o\ t + ½\ (v_o + a\ t)\ t$

$x = x_o + ½\ v_o\ t + ½\ v_o\ t + ½\ a\ t^2$

$\mathbf{x = x_o + v_o t + ½\ a\ t^2}$ (percepatan konstan)

Persamaan $x = x_o + v_o t + ½\ a\ t^2$ ini juga dapat diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan $v = v_o + a\ t$ sebagai fungsi waktu. Selanjutnya persamaan $a = (v_2 – v_1)/(t_2 – t_1) = (v – v_o)/t$ dapat ditulis sebagai berikut:

$t = (v - v_o)/a$

dan jika persamaan ini dimasukkan ke dalam persamaan,

$x = x_o + ½\ (v_o + v)\ t = x_o + ½\ v_o\ t + ½\ v\ t$ kita peroleh:

$x = x_o + ½\ (v_o + v)\ (\frac{V - Vo}{a})$

atau

$\mathbf{v^2 = v_o^2 + 2a(x - x_o)}$ (percepatan konstan)

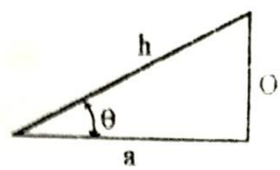
Tanda vektor v^2 dan v_o^2 pada persamaan $v^2 = v_o^2 + 2a(x-x_o)$ dihilangkan karena pada gerak satu dimensi, vektor arah hanya dipengaruhi oleh tanda positif dan negatif.

Kinematika Dalam Dua Atau Tiga Dimensi

Gerak dalam dua dimensi dapat kita temukan dalam kasus antara lain: gerak pada bidang miring, gerak peluru, gerak melingkar, dan lain-lain, sedangkan gerak dalam tiga dimensi dapat kita temukan dalam kasus antara lain: gerak molekul, hamburan, gerak revolusi bumi (gerak bumi mengelilingi matahari), dan lain-lain. Pada bagian ini vektor sangat berperan.

Analisis Vektor

Besaran-besaran vector yang membentuk sudut (misalkan Θ) terhadap sumbu x, sumbu y, dan sumbu z dalam koordinat kartesian, dapat diproyeksikan berdasarkan definisi fungsi trigonometri berdasarkan gambar 2.2.



Gambar 2.2

$\sin\theta = \frac{O}{h}$

$\cos\theta = \frac{a}{h}$

$\tan\theta = \frac{O}{a}$

dan

$\sin^2\Theta + \cos^2\Theta = O^2/h^2 + a^2/h^2 = (O^2 + a^2)/h^2$

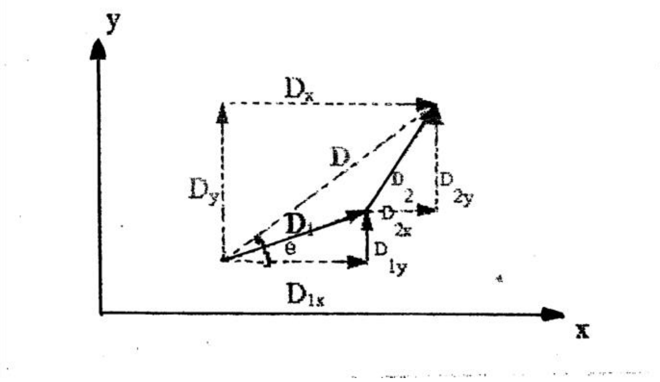
karena

$h^2 = O^2 + a^2$ (dalil phytagoras)

maka

$\sin^2\Theta + \cos^2\Theta = 1$

Pandang dua buah vektor D_1 dan D_2 (Gambar 2.3). Komponen-komponen vektor dapat diuraikan menjadi:



Gambar 2.3

$D = D_1 + D_2 = iD_x + jD_y$

$D_1 = iD_x + jD_y$

$D_2 = iD_{2x} + jD_{2y}$

$D_x = D_{1x} + D_{2x}$

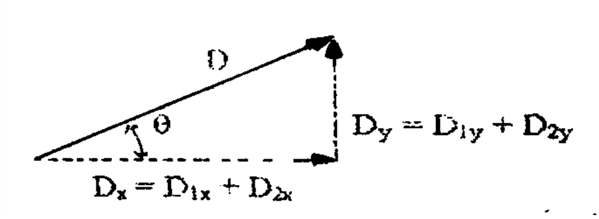
$D_y = D_{1y} + D_{2y}$

Berdasarkan dalil Pythagoras:

$$D = \sqrt{(D_x^2 + D_y^2)}$$

dan persamaan pada gambar 2.2 diperoleh:

$\tan \Theta = D_y/D_x$



Dx = D cos ϴ

Dy = D sin ϴ

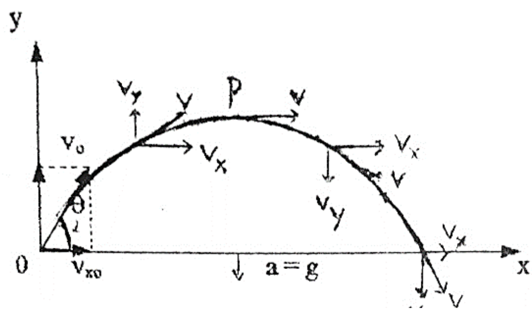
Gambar 2.4

Gerak Peluru

Gerak peluru menggambarkan gerak sebuah benda di udara dan membentuk sudut tertentu terhadap garis horizontal. Contoh: bola yang dilemparkan atau ditendang, peluru yang ditembakkan dari moncong senapan, benda yang dijatuhkan dari pesawat udara yang sedang terbang, mula-mula $v_o \neq 0$. Jika $v_o = 0$ maka benda dikatakan jatuh bebas.

Pandang jejak sebuah obyek yang bergerak di udara dengan kecepatan v_o dan membentuk sudut ϴ terhadap sumbu –x (Gambar 2.5).

Pada tabel 2-1 disajikan persamaan-persamaan umum kinematika untuk percepatan tetap dalam dua dimensi, sedang tabel 2-2 menyajikan persamaan persamaan kinematika untuk gerak peluru.



Gambar 2.5

Tabel 2-1 Persamaan Persamaan Umum Kinematika Dalam Dua Dimensi (a Konstan)

Komponen –x (horisontal)	Berdasarkan persamaan	Komponen –y (vertikal)
$v_x = v_{xo} + a_x t$	$v = v_o + at$	$v_y = v_{yo} + a_y t$
$x = x_o + v_{xo}t + a_x t^2/2$	$x = x_o + v_o t + at^2/2$	$y = y_o + v_{yo}t + a_y t^2/2$
$v_x^2 = v_{xo}^2 + 2a_x(x - x_o)$	$v^2 = v_o^2 + 2a(x - x_o)$	$v_y^2 = v_{yo}^2 + 2a_y(y - y_o)$

Tabel 2-2 Persamaan-Persamaan Kinematika Untuk Gerak Peluru (arah x positif $a_x = 0$, $a_y = -g$, $g = 9{,}8\ m/s^2$)

Gerak Horisontal	Berdasarkan Persamaan	Gerak Vertikal
$v_x = v_{xo}$	$v = v_o + at$	$v_y = v_{yo} - gt$
$x = x_o + v_{xo}t$	$x = x_o + v_o t + ½\ at^2$	$y = y_o + v_{yo}t - ½\ gt^2$
$v_x^2 = v_{xo}^2$	$v^2 = v_o^2 + 2a(x - x_o)$	$v_y^2 = v_{yo}^2 + 2g(y - y_o)$

Umumnya diambil $y - y_o = h$ untuk gerak peluru dan gerak jatuh bebas. Ingat dari persamaan tan $\Theta = D_y/D_x$ dan gambar 2.4, $v_{xo} = v_o \cos \Theta$ dan $v_{yo} = v_o \sin \Theta$.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa lintasan peluru adalah parabolik, jika kita dapat mengabaikan gesekan udara dan menganggap bahwa percepatan gravitasi g konstan. Misalkan $x_o = y_o = 0$, berdasarkan tabel 2-2 (persamaan $x = x_o + v_o t + ½\ at^2$) kita dapatkan:

$x = v_{xo}t$

$y = v_{yo}t - ½\ gt^2$

Dari persamaan pertama, kita peroleh t = x/v_{xo}, dan persamaan ini kita masukkan ke dalam persamaan kedua, kita peroleh:

$$\mathbf{y = (v_{yo}/v_x)x - [g/(2v_{xo}^2)]x^2}$$

kalau kita misalkan $v_{xo} = v_o \cos \Theta_o$ dan $v_{yo} = v_o \sin \Theta_o$, kita dapat juga tulis:

$y = (\tan \Theta_o)x - [g/(2v_o^2 \cos^2 \Theta_o)]x^2$

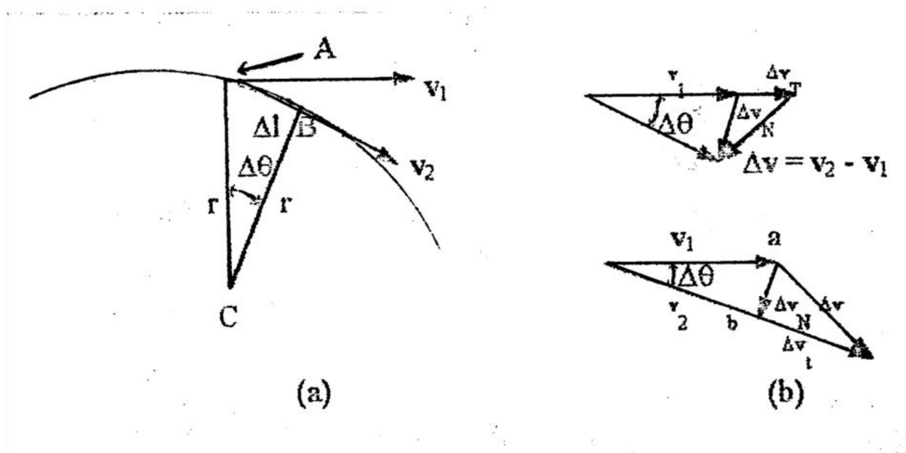
atau

$y = ax - bx^2$

dengan a= $\tan \Theta_o$ (tangen arah/gradien) dan b= $[g/(2v_o^2 \cos^2 \Theta_o)]x^2$ masing-masing adalah konstan.

Gerak Melingkar

Sebuah benda yang bergerak pada lintasan berbentuk lingkaran mendapat percepatan yang dapat diuraikan menjadi komponen yang normal dan tangensial terhadap lintasan tersebut.



Gambar 2.6

Segitiga ABC dan abc pada gambar 2.6 adalah sebangun. Sudut antara v_1 (ca) dan v_2 (cb) pada gambar 2.6b adalah ΔΘ sama dengan sudut antara CA dan CB pada gambar 2.6a karena CA tegak lurus terhadap v_1 dan CB tegak lurus terhadap v_2. Oleh karena itu kita dapat menulis:

$\Delta v_N/v \approx \Delta l/r$ atau $\Delta v_N = (v/r)/\Delta l$

dimana $v=v_1= v_2$ sebab harga kecepatan dianggap tidak berubah (hanya arahnya saja yang berubah terus-menerus). Percepatan normal rata-rata a_N diberikan oleh

$$a_N = \Delta v_N/\Delta t = [(v/r)/\Delta l]/\Delta t$$

percepatan normal sesaat a_N makin kecil menuju nol.

$$a_N = \lim_{\Delta t \to 0} [(v/r)/\Delta l]/\Delta t = (v/r) \lim_{\Delta t \to 0} \Delta l/\Delta t$$

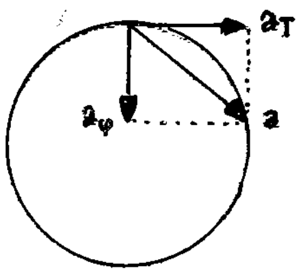
Harga limit $\Delta l/\Delta t$ berdasarkan persamaan $v= \lim_{\Delta x \to 0} \Delta x/\Delta t = dx/dt$ tidak lain adalah laju di titik A. Oleh karena itu, percepatan normal sesaat dapat ditulis:

$$a_N = (v/r) \lim_{\Delta t \to 0} \Delta l/\Delta t = (v/r).v = v^2/r$$

Jadi sebuah obyek yang bergerak dalam suatu lingkaran berjari-jari r dengan laju v konstan mempunyai percepatan yang arahnya menuju pusat lingkaran dan besarnya adalah v^2/r, karena arahnya menuju pusat lingkaran inilah, percepatan ini disebut "percepatan sentripetal" (*centripetal*= mencari pusat) atau "percepatan radial" (karena arahnya sepanjang jari-jari lingkaran).

$$a_N = a_{cp} = a_t = v^2/r$$

Pada objek yang bergerak melingkar dengan laju yang berubah, maka selain memiliki kecepatan sentripetal, obyek juga memiliki percepatan tangensial yang arahnya sama dengan arah garis singgung.



Gambar 2.7

Percepatan tangensial didefenisikan sebagai

$a_T = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_T}{\Delta t} = dv_T/dt$

karena $v_1 = \omega r$ (ω = kecepatan sudut), maka

$a_T = (d\omega/dt)r = \alpha r$

dengan $\alpha = (d\omega/dt)$ = percepatan sudut konstan

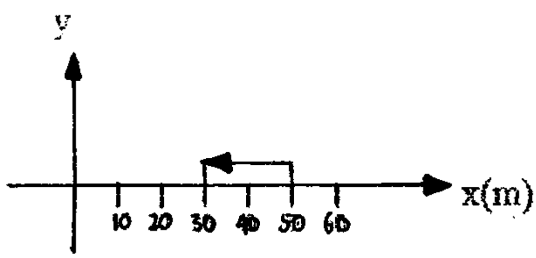
Berdasarkan gambar 2.7 percepatan sesaat obyek diberikan oleh

$a = a_{cp} + a_T$

$a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_T^2}$

Contoh-Contoh Soal dan Pemecahannya

a. Posisi seorang pelari sebagai fungsi waktu digambarkan dalam sumbu -x (Gambar 2.8). selama interval waktu 3 detik, posisi pelari berubah dari x_1= 50 m ke x_2= 30,5 m. Berapakah kecepatan rata-rata pelari?



Gambar 2.8

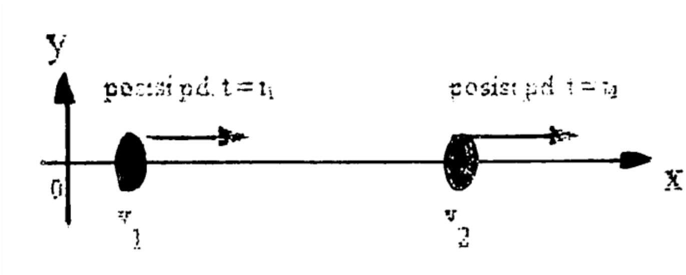
Jawab:

$\Delta x = x_2 - x_1 = 30{,}5 \text{ m} - 50{,}0 \text{ m} = -19{,}5 \text{ m}$

$\Delta t = 3{,}00 \text{ s}$

$v = (\Delta x/\Delta t) = -19{,}5 \text{ m}/3{,}00 \text{ s} = -6{,}50 \text{ m/s}$

b. Sebuah mobil bergerak sepanjang jalan lurus (arah sumbu -x pada gambar 2.9) dengan kecepatan 15,0 m/s. Kemudian sopir menginjak rem sehingga setelah 5,05 kecepatan mobil turun menjadi 5,0 meter per sekon. Berapa kecepatan rata-rata mobil ?



Gambar 2.9

Jawab:

$a = \Delta v/\Delta t = (v_2 - v_1)/(t_2 - t_1)$

$= (5{,}0 \text{ m/s} - 15{,}0 \text{ m/s})/5{,}0 \text{ s} = -2{,}0 \text{ m/s}^2$.

c. Seseorang melempar bola keatas dengan kecepatan mula-mula 15,0 meter per sekon. Hitung (a) tinggi maksimum yang dapat dicapai bola, (b) berapa lama bola kembali lagi ke tangan orang tersebut.

Jawab:

1) $v^2 = v_o^2 + 2ah$

$h = (v^2 - v_o^2)/2a \Rightarrow a = -9{,}80 \text{ m/s}^2$

$h = (0 - (15{,}0 \text{ m/s})^2/2(-9{,}80 \text{ m/s}^2) = 11{,}5 \text{ m}$ (tinggi maksimum)

2) $h= v_ot + (1/2)at^2$

pada saat bola sudah kembali ke tangan, h= 0.

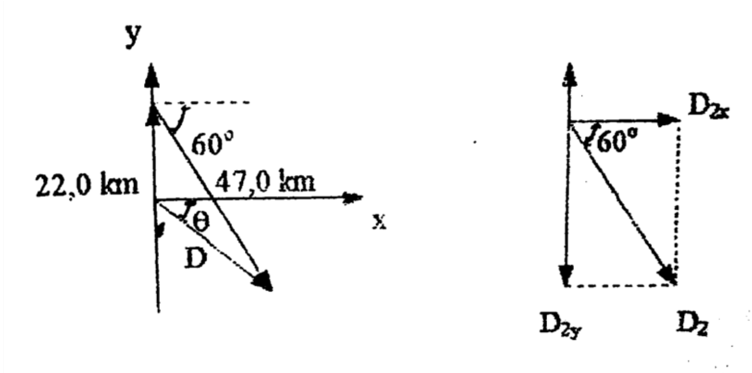
$0= (15,0 \text{ m/s}) + (1/2)(-9,80 \text{ m/s}^2)t^2$

$0= (15,0 \text{ m/s})\ t = (4,90 \text{ m/s}^2)t^2$

$t= 15,0 \text{ m/s}/4,90 \text{ m/s}^2 = 3,06 \text{ s}$

d. Seorang eksplorer berjalan 22,0 km ke arah utara, kemudian berjalan 47,0 km ke arah 60^o (arah tenggara) lalu berhenti. Berapa jauh ia dari posisi semula dan berapa sudut yang dibentuknya?

Jawab:



Gambar 2.10

$D_{1x} = 0$ km, $D_{1y} = 22,0$ km

$D_{2x} = + (47,0 \text{ km})(\cos 60^o) = 23,5$ km

$D_{2y} = - (47,0 \text{ km} (\sin 60^o) = -40,7$ km

$D_x = D_{1x} + D_{2x} = 0 + 23,5 \text{ km} = +23,5$ km

$D_y = D_{1y} + D_{2y} = 22,0 \text{ km} + (-40,7 \text{ km})$

$= 22,0 \text{ km} – 40,7 \text{ km} = -18,7$ km

$D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(23,5\ \text{km})^2 + (-18,7\ \text{km})^2}$

$= 30,0\ \text{km}$

tgn $\Theta = D_y/D_x = -18,7\ \text{km}/23,5\ \text{km} = -0,796$

$\Theta = \arctan(-0,796) = 38,5^o$ (arah tenggara)

e. Sebuah bola ditendang sehingga memiliki kecepatan awal 20,0 m/s dan membentuk sudut 37,0^o. Hitung:

1) Tinggi maksimum bola.
2) Waktu lintasan bola sehingga menyentuh tanah.
3) Jarak horizontal bola menyentuh tanah.
4) Vektor kecepatan pada tinggi maksimum dan,
5) Vektor kecepatan pada tinggi maksimum.

Jawab:

$V_{xo} = v_o \cos 37,0^o = (20,0\ \text{m/s})(0,799) = 16,0\ \text{m/s}$

$V_{yo} = v_o \sin 37,0^o = (20,0\ \text{m/s})(0,602) = 12,0\ \text{m/s}$

1) Pada tinggi maksimum, $v_y = 0$

$v_y = v_{yo} - gt$ $\qquad$ $0 = v_{yo} - gt$

$t = v_{yo}/g = (12,0\ \text{m/s}) / (9,80\ \text{m/s}^2) = 1,22\ \text{s}.$

$y = v_{yo}t - (1/2)gt^2$

$= (12,0\ \text{m/s})(1,22\ \text{s}) - (1/2)(9,80\text{nm/s}^2)(1,22\ \text{s}) = 7,35\ \text{m}.$

Dengan kata lain:

$y = (v_{yo} - v_y^2) / 2g = (12,0\ \text{m/s})^2 - (0,0\ \text{m/s})^2 / 2(9,80\ \text{m/s}^2)$

$= 7,35\ \text{m}.$

2) Pada saat ditendang y_o= 0, setelah menyentuh tanah kembali y = 0

$y = y_o + v_{yo}t - (1/2)gt^2$

$0 = 0 + v_{yo}t - (1/2)gt^2$

$t = 2v_{yo}/g = 2(12{,}0\ m/s) / (9{,}80\ m/s^2) = 2{,}45\ s.$

3) Jarak horizontal $x = x_o + v_{xo}t \Rightarrow x_o = 0$

$x = v_{xo}t = (16{,}0\ m/s)(2{,}45\ s) = 39{,}2$

4) Pada titik tertinggi, $v = v_x + v_y \Rightarrow v_y = 0$

$v = v_x = v_{xo} = v_o \cos 37{,}0^o = 16{,}0\ m/s$

5) $a = -g = -9{,}80\ m/s^2$

f. Sebuah bola berputar pada suatu lingkaran horizontal berjari-jari 0,600 m. Bola melakukan 2,00 putaran tiap detik. Berapa kecepatan sentripetal bola?

Jawab:

Waktu yang dibutuhkan bola untuk satu kali putaran adalah

$T = 1/2{,}00 = 0{,}500\ s$

$v = 2\pi r/T = 2(3{,}14)(0{,}600\ m)/(0{,}500\ s) = 7{,}54\ m/s.$

percepatan sentripetal bola:

$a_{cp} = v^2/r = (7{,}54\ m/s)^2 / (0{,}600\ m) = 94{,}8\ m/s^2$

GERAK DAN GAYA

BAB III

Pada dasarnya setiap benda mengalami gaya-gaya luar karena setiap benda pasti berinteraksi dengan benda lain dan sesungguhnya tidak ada satupun benda di alam yang diam secara mutlak. Akan tetapi kita menyaksikan ada benda yang diam (relatif) dan ada pula benda yang bergerak secara terus-menerus tanpa berhenti. Kita juga kadang menyaksikan ada benda yang makin lama makin cepat atau makin lama makin lambat gerakannya. Benda tampak diam atau bergerak berdasarkan pengamatan dari suatu tempat atau kerangka acuan tertentu, bergantung kepada resultan gaya yang bekerja padanya. Konsep tentang gerak dan gaya yang telah dirangkum oleh Newton dalam suatu hukum yang disebut hukum Newton, dan dipelajari dalam suatu cabang ilmu mekanika yang disebut *dinamika*.

3.1 Hukum Pertama Newton

Pandangan bahwa gaya adalah penyebab benda bergerak telah diyakini oleh Aristoteles sejak kurang lebih 350 tahun sebelum masehi. Menurut Aristoteles, keadaan alamiah dari suatu benda adalah diam, dan suatu gaya diperlukan untuk membuat benda tersebut bergerak. Dua ribu tahun kemudian pandangan ini diperbaharui oleh Galileo yang menyimpulkan bahwa keadaan alamiah suatu benda adalah diam atau bergerak dengan kecepatan tetap (keadaan setimbang). Untuk mengubah kecepatan gerak benda dibutuhkan gaya luar, tetapi untuk mempertahankan kecepatan tidak dibutuhkan gaya luar sama sekali.

Prinsip ini kemudian oleh Newton diangkat sebagai yang pertama dari ketiga hukum geraknya. Newton menyajikan hukum pertamanya dalam ungkapan kata-kata sebagai berikut: "*Setiap benda akan tetap berada dalam keadaan diam atau bergerak lurus beraturan kecuali jika ia dipaksa untuk mengubah keadaan itu oleh gaya-gaya yang berpengaruh padanya*".

Kenyataan bahwa tanpa gaya luar suatu benda akan tetap diam atau tetap bergerak lurus beraturan sering dinyatakan dengan memberikan suatu sifat benda yang disebut inersia (kelembaman), karena itu Hukum Pertama Newton sering disebut *hukum inersia* (hukum kelembaman) dan kerangka acuan dimana hukum ini berlaku disebut kerangka inersia.

Dalam hukum pertama newton tersirat pula bahwa tidak ada perbedaan antara pengertian tidak ada gaya sama sekali dengan gaya-gaya yang resultannya nol. Dengan demikian, bentuk lain pernyataan **Hukum Pertama Newton** adalah: ***jika tidak ada resultan gaya-gaya yang bekerja pada benda maka Percepatan benda adalah nol*.**

3.2 Hukum Kedua Newton

Kata inersia atau lembam pada Hukum Pertama Newton adalah sifat benda yang menyatakan keengganan benda tersebut terhadap perubahan gerak. Pada Hukum Kedua Newton, sifat inersia diberi definisi secara kuantitatif sebagai *massa*. Jadi *massa* suatu benda tidak lain merupakan pengertian kuantitatif dan operasional dari sifat inersia benda.

Untuk melawan atau mengganggu sifat inersia benda dibutuhkan gaya. Gaya inilah yang membuat kecepatan suatu benda berubah. Jika gaya dikenakan searah dengan kecepatan benda maka kecepatan benda bertambah, dikatakan benda mengalami percepatan. Jika gaya dikenakan berlawanan dengan kecepatan benda, maka kecepatan benda berkurang, sehingga dikatakan benda mengalami perlambatan atau percepatan ke arah negatif.

Dari suatu percobaan tentang gerak lurus, diperoleh kesimpulan bahwa: *percepatan sebuah benda adalah berbanding lurus dengan resultan gaya-gaya yang bekerja padanya dan berbanding terbalik dengan masanya*. Arah percepatan sama dengan arah resultan gaya. Kesimpulan ini tidak lain adalah ungkapan Hukum Kedua Newton yang secara matematika dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\mathbf{a \;\infty\; \sum F / m}$$

Kalau kita ambil konstanta proporsional sama dengan 1, maka pernyataan Hukum Kedua Newton ditulis

$\mathbf{a_i \;=\; \sum F_i / m}$

atau

$$\mathbf{\sum F_i = m\; a_i}$$

Gaya F_1 dapat diuraikan atas komponen-komponen yang dapat dituliskan sebagai berikut

$$\mathbf{\sum F_x = m\, a_x}$$

$$\mathbf{\sum F_y = m\, a_y}$$

$$\mathbf{\sum F_z = m\, a_z}$$

Jika $\sum F_i = 0$ maka resultan gaya gaya yang bekerja pada benda sama dengan nol. Dengan demikian, percepatan a = 0 dan berarti bahwa benda dalam keadaan diam atau bergerak lurus beraturan. Ternyata bahwa Hukum I Newton adalah hal khusus dari Hukum II Newton.

3.3 Hukum Ketiga Newton

Gaya yang bekerja pada suatu benda berasal dari benda-benda lain yang membentuk lingkungannya. Suatu gaya tunggal hanyalah salah satu bagian dari interaksi timbal balik antara dua benda. Secara eksperimen diketahui bahwa jika suatu benda melakukan gaya pada benda kedua, maka benda kedua selalu membalas melakukan gaya pada benda yang pertama. Selanjutnya diketahui pula bahwa kedua gaya ini sama besar tetapi arahnya berlawanan.

Jika salah satu di antara dua gaya yang muncul pada interaksi dua benda disebut gaya aksi, maka yang lain disebut gaya reaksi. Salah satu dapat dipandang sebagai aksi dan yang lain sebagai reaksi. Menyangkut hal ini tidak terkandung pengertian sebab-akibat, yang ada hanyalah interaksi timbal balik secara bersamaan.

Sifat gaya Ini pertama kali diungkapkan oleh Newton dalam hukum geraknya yang ketiga dalam rangkaian kalimat sebagai berikut: *"Untuk setiap aksi selalu terdapat reaksi yang sama besar dan berlawanan arah atau aksi timbal balik satu terhadap yang lain antara dua benda selalu sama besar, dan arahnya saling berlawanan."* Kedua gaya aksi dan reaksi terletak sepanjang garis lurus yang menghubungkan kedua benda. Gaya aksi dan reaksi selalu terjadi berpasangan dan bekerja pada benda yang berbeda. Seandainya keduanya terjadi pada benda yang sama, tentu tidak pernah ada gerak dipercepat karena resultan gaya pada setiap benda selalu sama dengan nol.

Secara matematis, Hukum Ketiga Newton dapat ditulis:

$$\mathbf{F_{aksi} = - F_{reaksi}}$$

Contoh: gaya dorong Palu terhadap paku, benda yang ditarik, roket yang diluncurkan, tangan yang dihantamkan ke pinggir meja, tarik tambang dan lain-lain.

Gambar 3.1

3.4 Berat-Gaya Gravitasi dan Gaya Normal

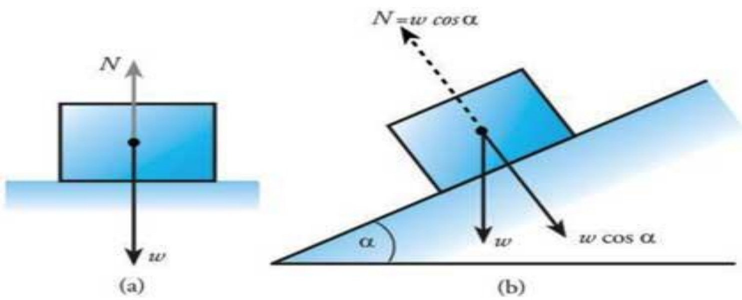
Galileo mengemukakan bahwa semua benda yang dilepaskan di dekat permukaan bumi akan jatuh dengan kecepatan yang sama dengan g, jika gesekan udara diabaikan. Gaya gravitasi percepatan **g** ini disebut **gaya gravitasi** atau sering pula disebut **berat**. Gaya gravitasi dipandang sebagai penerapan Hukum Kedua Newton dengan mengganti percepatan a dengan percepatan gravitasi g. Jadi gaya gravitasi pada sebuah benda F_g dapat ditulis:

$$\mathbf{F_g = mg}$$

arah gaya ini menuju pusat bumi.

Dalam satuan SI, $g = 9{,}80\ m/s^2 = 9{,}80\ N/kg$, dengan demikian berat dari 1 kg massa di bumi adalah $1\ kg \times 9{,}80\ m/s^2 = 9{,}80\ N$. Harga g bervariasi di tempat-tempat yang berbeda di permukaan bumi karena pengaruh bentuk bumi yang tidak bulat.

Gaya gravitasi akan terlihat pada objek jika ia jatuh. Jika objek diam di permukaan bumi, gaya gravitasi tidak terlihat. Namun jika objek disimpan di atas permukaan bumi, maka gaya gravitasi akan terlihat meskipun objek berada di atas permukaan bidang dan objek diam. Ini berarti setiap objek mengalami gaya gravitasi. Jika objek berada di atas permukaan bidang dan objek diam, berarti harus ada gaya lain untuk mengimbangi gaya gravitasi sebagai konsekuensi hukum kedua newton. Gaya tersebut disebut gaya kontak. Bila gaya kontak tegak lurus dengan permukaan kontak maka ia disebut gaya normal diberi simbol F_N.



Gambar 3.2

3.5 Hukum Gravitasi Newton

Awalnya Newton menyimpulkan bahwa gaya gravitasi yang dialami sebuah objek di permukaan bumi berbanding terbalik dengan kuadrat jarak pusat objek ke pusat bumi.

Jadi:

$$\mathbf{F_g} \propto \frac{m_g \; m}{r^2} \qquad (1)$$

dengan m_g adalah massa bumi, m adalah massa obyek, dan r adalah jarak dari pusat bui ke pusat obyek.

Newton kemudian menemukan bahwa kesimpulan tentang gaya gravitasi yang dialami objek di bumi berlaku pula bagi objek pada benda-benda lain seperti matahari bulan Jupiter dan lain-lain. Dengan kata lain, kesimpulan Newton diatas berlaku universal dan ditulis.

$$\mathbf{F} = \mathbf{G}\frac{m_1 \, m_2}{r^2} \qquad (2)$$

dengan m_1 dan m_2 merupakan massa dari masing-masing partikel, r adalah jarak antara keduanya, serta G adalah konstanta universal atau disebut juga tetapan gravitasi alam semesta. Dari eksperimen diperoleh G= 6,67 x 10^{-11} Nm^2/Kg^2. Persamaan (2) di atas dikenal sebagai Hukum Gravitasi Newton.

Jika persamaan (2) diterapkan di bumi:

$$\mathbf{F_G} = \mathbf{G}\frac{m_B \; m}{r^2}$$

Maka berdasarkan persamaan (1) diperoleh:

$$\mathbf{g} = \mathbf{G}\frac{m_B}{r^2}$$

Perubahan percepatan gravitasi bumi diberikan oleh:'

$dg = (-2Gm_B/r^3)\ dr = -2g\ dr/r$

atau

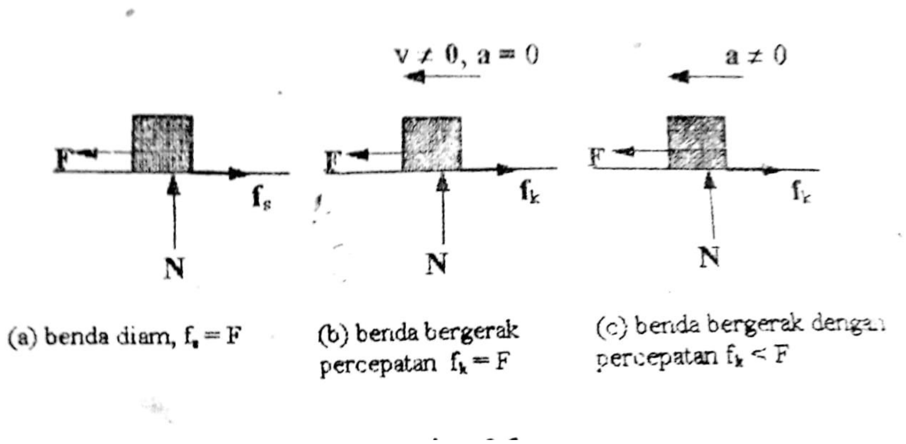
$dg/g = -2\ dr/r$

tanda minus menyatakan bahwa jika jarak bertambah sebesar dr, maka percepatan gravitasi akan berkurang sebesar dg/2.

Karena bumi tidak benar-benar berupa bola, harga g di permukaan bumi bergantung pada lintang. Di khatulistiwa, yaitu untuk lintang 0^0 harga g = 9,75039 m/s^2 dan untuk lintang 60^0 harga g= 9,81918 m/s^2. Harga-harga tersebut hanyalah harga rata-rata g. Harga g masih berubah dari suatu tempat ke tempat lain pada lintang yang sama karena sifat lapisan-lapisan bumi. Perbedaan harga ini digunakan dalam eksplorasi bahan galian bumi.

3.6 Gaya Gesekan

Sebuah balok bermassa m diluncurkan dengan kecepatan awal v_0 sepanjang bidang horizontal, balok akhirnya akan berhenti. Hal ini berarti bahwa dalam geraknya balok mengalami percepatan rata-rata **a** yang berlawanan arah dengan arah geraknya. Jika dalam kerangka inersia kita melihat suatu benda dipercepat, maka pada geraknya selalu kita kaitkan gaya, yang didefinisikan melalui Hukum Kedua Newton. Dalam hal ini kita dikatakan bahwa bidang melakukan gaya gesekan pada balok yang meluncur yang harga rata-ratanya adalah m.a



Gambar 3.3

Tinjaulah sebuah balok yang diam di atas meja horizontal (gambar 3.3a). Gaya gesekan antara dua permukaan yang saling diam satu terhadap yang lain disebut *gaya gesekan statik*. Gaya gesekan statik maksimum sama dengan gaya terkecil yang dibutuhkan agar benda mulai bergerak. Gaya gesekan statik maksimum antara dua permukaan tidak bergantung pada luas daerah kontak, tetapi besarnya sebanding dengan gaya normal.

Perbandingan antara besar gaya gesek statis maksimum dengan gaya normal disebut *koefisien gesekan statik* antara kedua permukaan tersebut. jika f_s menyatakan besar gaya gesek statis, maka

$$\mathbf{f_s \leq \mu_s N}$$

dengan μ_s Adalah koefisien gesekan statik dan N adalah besar gaya normal.

Gaya yang bekerja antara dua permukaan yang saling bergerak relatif disebut *gaya gesekan kinetik*. Gaya gesekan kinetik f_k juga tidak bergantung pada luas daerah kontak dan besarnya sebanding dengan gaya normal. Perbandingan antara besar gaya gesekan kinetik dengan gaya normal disebut *koefisien gesekan kinetik* diberi symbol μ_k

$$\mathbf{F_k = \mu_k N}$$

dengan f_k adalah gaya gesekan kinetik.

3.7 Dinamika Gerak Melingkar

Berdasarkan hukum kedua Newton (F = m a) sebuah objek yang mengalami percepatan haruslah terdapat gaya yang bekerja padanya. Sebuah objek yang bergerak dalam suatu lingkaran akan mengalami percepatan sentripetal $\mathbf{a_c}$ yang besarnya adalah $\mathbf{v^2/r}$, dengan r adalah jari-jari lingkaran. Oleh karena itu diperlukan gaya yang memberikan pada objek percepatan sentripetal tersebut. Gaya tersebut adalah *gaya sentripetal* yang arahnya sama dengan arah percepatan sentripetal (menuju pusat lingkaran) dan besarnya adalah

$$\mathbf{\sum F = m\, a_c = mv^2/r}$$

dengan $\sum F$ adalah gaya total dalam arah radial, dalam hal ini objek dipandang bergerak melingkar beraturan yakni besar kecepatan sama tetapi arahnya selalu berubah.

Pada gerak melingkar sebenarnya paling sedikit dua buah gaya bekerja pada objek. Gaya-gaya tersebut adalah gaya sentripetal yang arahnya menuju pusat lingkaran dan gaya sentrifugal (segaris dengan gaya sentripetal tetapi arahnya berlawanan atau meninggalkan pusat lingkaran).

Pada gerak melingkar tidak beraturan, yaitu objek bergerak melingkar dengan besar dan arah kecepatan berubah, di samping memiliki percepatan sentripetal, a_c juga terdapat percepatan tangensial a_T. Jadi, a_c dan a_T selalu tegak lurus satu sama lain. Vektor percepatan total untuk gerak melingkar tidak beraturan diberikan oleh:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a_T} + \mathbf{a_c}$$

dan harga percepatan total adalah

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_c^2}$$

sehingga gaya yang menyebabkan objek bergerak melingkar adalah

$$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$$

dengan besar gaya diberikan oleh

$$F = m\,a = m\sqrt{a_T^2 + a_c^2}$$

3.8 Hukum Kepler dan Sintesa Newton

Sebelum Newton mengemukakan hukum gravitasi alam semesta dan hukum geraknya yang ketiga, seorang astronom Jerman bernama Johanes Kepler (1571-1630) telah membuat karya tulis astronomi berisi deskripsi detail gerak planet-planet mengelilingi matahari.

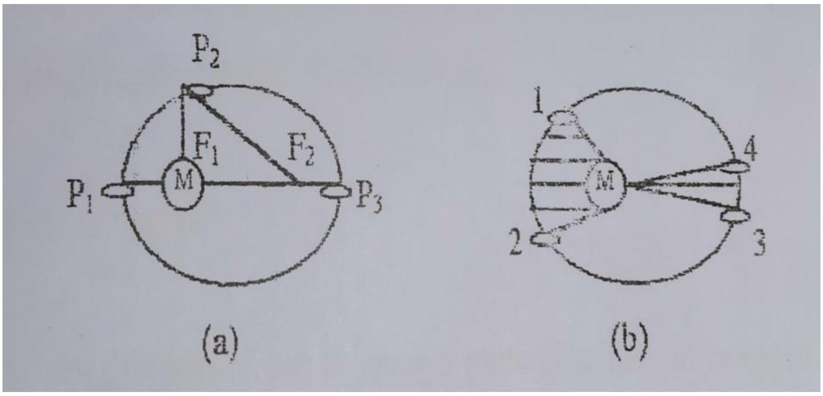
Karya Kepler ini dibuat berdasarkan data yang dikumpulkan oleh Tyco Brahe. Intisari karya Kepler kemudian dikenal sebagai *Hukum Kepler tentang gerak planet*, terdiri dari:

1. Hukum Pertama Kepler: lintasan tiap-tiap planet di sekitar matahari adalah berbentuk elips dengan matahari adalah salah satu fokusnya (Gambar 3.4a).
2. Hukum Kedua Kepler: luas yang dilalui garis hubung antara Matahari dan planet dalam selang waktu yang sama adalah sama besar (Gambar 3.4b).

3. Hukum Ketiga Kepler: perbandingan kuadrat periode dari 2 planet yang mengelilingi matahari adalah sama dengan perbandingan pangkat tiga jarak rata-rata masing-masing planet dari matahari titik jika T_1 dan T_2 menyatakan periode (waktu yang dibutuhkan planet untuk melakukan satu kali orbit atau putaran penuh) masing-masing planet, serta r_1 dan r_2 menyatakan jarak rata-rata mereka dari matahari maka:

$$(T_1/T_2)^2 = (r_1/r_2)^3$$

jarak rata-rata planet dari matahari adalah separuh jumlah $\mathbf{p_1M}$ dan $\mathbf{p_3M}$ (Gambar 3.4a)



Gambar 3.4

Newton menunjukkan bahwa hukum Kepler dapat diturunkan secara matematika dari hukum gravitasi alam semesta. Dari hukum kedua newton, kemudian mensubtitusi gaya dengan gaya gravitasi alam semesta dan percepatan dengan percepatan sentripetal:

F = m a

$$\frac{G\, m_1 M_s}{r_1^2} = \frac{m_1 v_1^2}{r_1}$$

dengan m_1 adalah massa planet, r_1 adalah jarak rata-rata planet dari matahari, v_1 adalah laju rata-rata orbit planet, dan M_s adalah massa matahari. Jika T_1 adalah periode planet dengan panjang lintasan $2\pi r_1$, maka:

$\mathbf{v_1 = 2\pi r_1/T_1}$

sehingga

$$\frac{Gm_1M_2}{r_1^2} = m_1\frac{\left(\frac{2\pi r_1}{T_1}\right)^2}{r_1} = \frac{m_1 4\pi^2 r_1}{T_1^2}$$

atau

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s} \qquad (i)$$

untuk planet kedua ditulis:

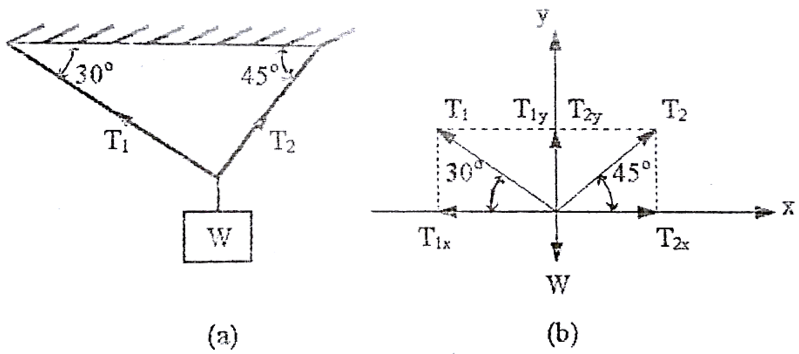
$$\frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s} \qquad (ii)$$

Jika persamaan (i) dibagikan dengan persamaan (ii), maka akan diperoleh persamaan (iii), yang merupakan pernyataan Hukum Ketiga Kepler.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \qquad (iii)$$

3.9 Soal-Soal dan Pemecahannya

3.9.1 Gambar 3.5a memperlihatkan sebuah beban w yang digantungkan dengan menggunakan tali. Pandanglah simpul pada titik temu ketiga tali sebagai benda. Benda diam meskipun 3 buah gaya bekerja padanya. Jika W = 100 N. Hitung T_1 dan T_2 !



Gambar 3.5

Pemecahannya:

Karena benda tidak mengalami percepatan, maka $T_1 + T_2 + w = 0$ atau kalau diuraikan berdasarkan komponen-komponennya:

$$T_{1x} + T_{2x} = 0 \,;$$

$$T_{1x} = -T_1 \, \text{Cos } 30^0 \,;$$

$$T_{2x} = T_2 \, \text{Cos} 45^0 \,;$$

$$-T_1 \, \text{Cos } 30^0 + T_2 \, \text{Cos } 45^0 = 0$$

$$T_1 \, \text{Cos } 30^0 = T_2 \, \text{Cos } 45^0$$

$$T_1 = \frac{Cos\ 45^o}{Cos\ 30^o} T_2$$

Proyeksi ke sumbu y

$T_{1xy} + T_{2y} + W = 0$;

$T_{1y} = -\ T_1 \text{ Sin } 30^0$;

$T_{2y} = -T_2 \text{ Sin } 45^0$

$-T_1 \text{ Sin } 30^0 - T_2 \text{ Sin } 45^0 + W = 0$

$-\frac{Cos\ 45^o}{Cos\ 30^o} T_2 \text{ Sin } 30^0 - T_2 \text{ Sin } 45^0 + W = 0$

$-\text{Cos } 45^0 \text{ Tg } 30^0\ T_2 - T_2 \text{ Sin } 45^0 + W = 0$

$T_2 (\text{Cos } 45^0 \text{ Tg } 30^0 + \text{Sin } 45^0) = W$

$T_2 = \frac{W}{\text{Cos } 45^0 \text{ Tg } 30^0 + \text{Sin } 45^0}$

Jadi,

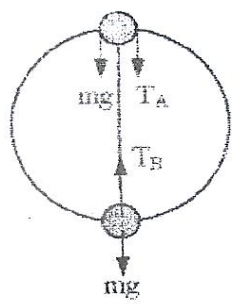
$T_1 = \frac{\text{Cos } 45^0}{\text{Cos } 30^0} T_2$

3.9.2 Sebuah bola bermassa 150 gram diikatkan pada tali yang panjangnya 1,10 m lalu diputar secara vertikal. Tentukan:

a. laju minimum bola agar pada posisi tertinggi bola tetap berputar melingkar,

b. tegangan tali pada saat posisi bola paling rendah di mana kecepatan bola = 2 kali kecepatan pada posisi tertinggi

Pemecahannya:



(a) Pada posisi tertinggi:

$\sum F = ma$

$T_A = mg = mv_A^2/r$

Laju minimum diperoleh kalau $T_A = 0$,

Sehingga:

$g = v_A^2/r$

$v_A = [(gr)^{1/2} = [(9{,}8\ m/s^2)\ (1{,}10\ m)]^{1/2} = 3{,}28\ m/s$

(b) Pada posisi terendah

$\sum F = ma$

$T_B - mg = mv_B^2/r, \quad v_B = 2\ v_A = 6{,}56\ m/s$

$T_B = m(g + V_B^2/r)$

$=(0{,}150\ kg)(9{,}8\ m/s^2 + (6{,}56\ m/s)^2/\ 1{,}10\ m)$

$= 7{,}34\ N$

3.9.3 Berapa besar gaya gravitasi benda bermassa 2000 kg yang melakukan orbit di atas permukaan bumi setinggi 2 kali jari-jari bumi dari pusat bumi? jari-jari bumi 6380 km, massa bumi $m_g = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg dan $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N.m/kg^2.

Pemecahannya:

$$F = G\,\frac{m_b m_B}{{r_{be}}^2}$$

$$= (6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m/kg^2)\ \frac{(200\ kg)(5{,}98 \times 10^{24} kg}{(2\ x\ 6{,}38\ x\ 10^6 m)}$$

$$= 4900\ N$$

3.9.4 Periode planet Mars yang dicatat pertama oleh kapiler sekitar 684 hari. Jika jarak dari matahari ke bumi r_{ES} = 1,50 x 10^{11} m. Tentukan jarak dari matahari ke planet Mars.

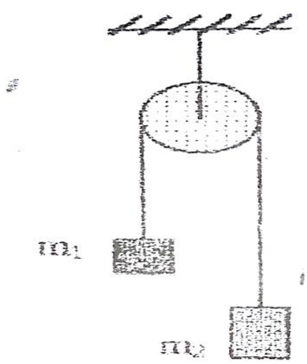
Pemecahannya:

$r_{ms} = r_{ES} (T_{ms} / T_{ES})^{2/3} = r_{ES}(684/365) = 1,52\ r_{ES}$

$r_{ms} = 1,52\ r_{ES} = 1,52 \times 1,50 \times 10^{11}$ m $= 2,28 \times 10^{11}$ m.

3.10 Soal-Soal Latihan dan Diskusi

3.10.1 Tinjau dua benda bermassa tidak sama, yang dihubungkan dengan tali melalui sebuah katrol licin dan tidak bermassa. Jika m_2 = 2,0 kg dan m_1 = 1,0 kg tentukan tegangan tali dan percepatan benda tersebut.



Jawab: a = g/3 dan T = 43 N

3.10.2 Sebuah mobil bergerak sepanjang jalan lurus horizontal dengan laju 40 km/jam. Jika koefisien gesek statis antara ban mobil dengan jalan adalah 0,2. Tentukan jarak minimum yang diperlukan untuk menghentikan mobil.

3.10.3 Sebuah benda kecil berputar pada lingkaran horizontal dengan laju konstanta diujung seutas tali yang panjangnya 1,0 m dan berlangsung pada langit-langit. Benda berayun melingkar membentuk sudut 30^0 sehingga tali membentuk sebuah permukaan kerucut. Tentukanlah waktu yang dibutuhkan benda untuk menempuh satu putaran penuh.

3.10.4 Sebuah satelit geonsynchronous (orbitnya selalu singkron dengan Bumi) berada di suatu titik diatas ekuator bumi. Tentukanlah:

(a) Tinggi diatas permukaan bumi sedemikian sehingga satelit melakukan orbit singkron

(b) Laju satelit; gunakan massa bumi dari soal 3.9.3

3.10.5 Berapakah massa Matahari jika diketahui jarak Bumi dari Matahari 1,5 x 10^{11} m ?

KERJA DAN ENERGI

BAB IV

Definisi: Besarnya kerja yang dilakukan suatu gaya adalah hasil perkalian besar gaya dengan komponen pergeseran dalam arah gaya tersebut.

Kerja adalah besaran skalar yang diperoleh melalui operasi perkalian titik (dot) dari dua besaran vektor yakni gaya dan pergeseran. Satuan SI untuk kerja dan energi adalah Joule (Newton meter). Satuan cgs untuk kerja dan energi adalah erg (dyne centimeter). I Joule (IJ) = 10^7 erg.

4.1 Kerja Oleh Gaya Konstan

Jika gaya F menyebabkan pergeseran sejauh d adalah tetap, maka pernyataan matematik untuk kerja oleh:

$$\mathbf{W = F.d = F.d\ \cos\ \theta} \qquad (4\text{-}1)$$

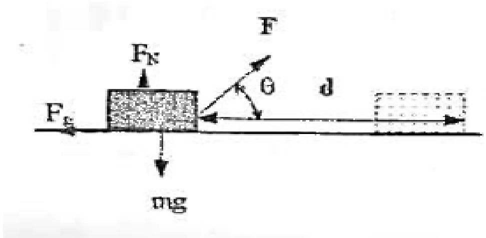
dengan θ adalah sudut antara arah gaya F dan arah pergeseran d. Dari persamaan (4-1) dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

a. Bila tidak ada pergeseran (d=0) maka gaya tidak melakukan kerja (w = 0). Contoh: Seseorang mengambil tas dan membawanya ke suatu tempat kemudian meletakkannya. Orang tersebut tidak melakukan kerja.

b. Bila F tegak lurus d (θ = 90°) maka gaya tidak melakukan kerja.

c. Bila komponen gaya F searah dengan pergeseran d maka kerja yang dilakukan adalah positif (w > 0).

d. Bila komponen gaya F berlawanan arah dengan pergeseran d maka kerja yang dilakukan adalah negatif (w < 0).

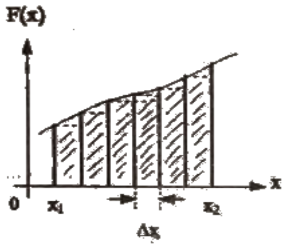


Gambar 4.1

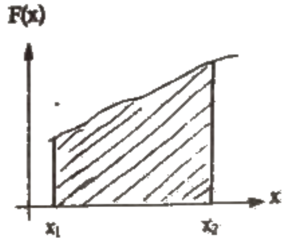
4.2 Kerja oleh Gaya Berubah-Kasus Satu Dimensi

Andaikan gaya merupakan fungsi posisi F(x) dan bekerja dalam arah sumbu-x. jika sepanjang pergeseran (arah sumbu-x), besar gaya berubah-ubah, maka kerja yang dilakukan harus dihitung dengan metode penjumlahan atau integrasi.

Untuk menghitung kerja dilakukan oleh gaya untuk memindahkan benda dari x_1 dan x_2, terlebih dahulu kita membagi-bagi pergeseran total menjadi sejumlah besar selang kecil Δx yang sama (Gambar 4.2a). Kerja yang dilakukan oleh gaya F(x) sepanjang pergeseran kecil Δx dari x_1 ke $x_1 + \Delta x$ adalah F(x) Δx. Maka kerja total dilakukan benda x_1 ke x_2 adalah (Gambar 4.2b).



(a)



(b)

Gambar 4.2

$$W_{12} = \lim_{z \to 0} \sum_{x_1}^{x_2} F(x)\Delta x \qquad (4\text{-}2a)$$

$$W_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx \qquad (4\text{-}2b)$$

Secara numeris, w_{12} tepat sama dengan luas di antara kurva gaya dan sumbu-x yang dibatasi x_1 dan x_2 (gambar 4.2b).

4.3 Kerja oleh Gaya yang Berubah-Kasus Dua Dimensi

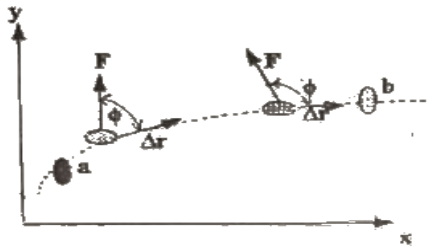
Gaya yang bekerja pada sebuah dapat berubah, baik benar maupun arahnya. Untuk menghitung kerja yang dilakukan oleh gaya ini, lintasan dibagi-bagi menjadi sejumlah besar pergeseran kecil Δr, masing-masing berarah sepanjang lintasan dalam arah gerak (Gambar 4.3).

Kerja yang dilakukan oleh gaya F untuk memindahkan obyek dari a ke b diberikan oleh:

$$W_{ab} = \int_{a}^{b} Fdr = \int_{a}^{b} F \cos \phi \, dr \qquad (4\text{-}3)$$

Kerja dalam kasus dua dimensi dapat pula diperoleh pemecahannya dengan menyatakan F dan dr dalam komponen-komponen, $F = iF_x + jF_y$ dan $dr = idx + jdy$, sehingga $F\,dr = F_x dx + F_y dy$. Dengan demikian pernyataan (4-3) dapat ditulis dalam bentuk lain, yakni:

$$W_{ab} = \int_{a}^{b} (F_x dx + F_y dy) \qquad (4\text{-}4)$$



Gambar 4.3 F dan ϕ dapat berubah sepanjang lintasan

4.4 Energi Kinetik

Untuk memperoleh definisi kuantitatif bagi kinetik, pandang sebuah obyek bermassa m yang bergerak sepanjang garis lurus dengan kecepatan awal v_1. Obyek mengalami percepatan tetap hingga mencapai kecepatan v_2 disebabkan oleh resultan gaya F yang tetap dan tegak-lurus dengan perpindahan obyek sejauh d. besar kerja yang dilakukan oleh F terhadap obyek adalah

$$W = F.d = m.a.d = m\,\frac{V_2^2 - V_1^2}{2\,d}\,d$$

atau

$$\mathbf{W = m\,\frac{V_2^2}{2} - m\,\frac{V_1^1}{2}} \qquad (4\text{-}5)$$

mv^2 adalah definisi kuantitatif dari ‘energi kinetik translasi’ atau disebut “energi kinetik” dari obyek ($E_k = mv^2/2$). Dengan demikian kerja tidak lain adalah perubahan energi kinetik:

$$\mathbf{W = \Delta E_k} \qquad (4\text{-}6)$$

Pernyataan (4-6) sesungguhnya berlaku umum, baik untuk gaya resultan konstan maupun berubah-ubah, baik untuk gerak translasi maupun gerak rotasi. Andaikan kita tinjau gaya resultan berubah-ubah besarnya dengan pergeseran dalam arah sumbu-x. Kerja yang dilakukan oleh gaya resultan untuk memindahkan obyek dari x_1 ke x_2 adalah

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F.dr = \int F\,dx$$

masukkan

$$F = m.a$$
$$= m.dv/dt = m.dv/dx.\ dx/dt = m.dv/dx.v = m.v.dv/dx$$

sehingga

$$W = \int_{x_1}^{x_2} m.v.dv/dx.\ dx = \int_{x_1}^{x_2} m.v.dv = m.\tfrac{1}{2}v^2 \Big|_{x_1}^{x_2}$$

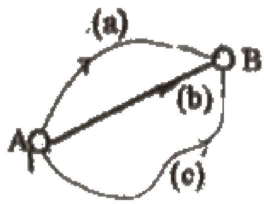
$$\mathbf{W = m\,\frac{v_2^2}{2} - m\,\frac{v_1^2}{2}} \qquad (4\text{-}7)$$

4.5 Energi Potensial

Energi yang berhubungan dengan posisi atau keadaan internal obyek disebut "energi potensial". Salah satu contoh energi potensial adalah energi yang tersimpan dalam pegas atau obyek yang mengalami deformasi elastis. Energi potensial ini disebut energi potensial pegas. Contoh lain adalah "energi potensial gravitasi" yang bergantung pada posisi dipermukaan bumi. Kedua contoh energi potensial di atas dikenal sebagai 'energi potensial mekanik".

4.5.1 Gaya Konservatif

Suatu ciri energi potensial yaitu kerja yang dilakukan hanya bergantung pada posisi awal dan akhir dari obyek bersangkutan tidak bergantung pada lintasan. Dalam hal ini gaya bersangkutan disebut "gaya konservatif" (Gambar 4.4).



Gambar 4.4

kerja W_{AB} yang dilakukan untuk memindahkan obyek dari posisi A ke B adalah sama untuk lintasan (a), (b), dan (c). Demikian juga didapat bahwa

$$W_{BA} = - W_{AB} \qquad (4\text{-}8a)$$

oleh sebab $W_{AB} + W_{BA} = W_{AA} = 0$. Hasil ini dapat juga ditulis dalam bentuk

$$\oint dw = \oint F.ds = 0 \qquad (4\text{-}8a)$$

Simbol $\oint$ menyatakan pengintegrasian keliling lintasan tertutup. Seandainya terdapat gaya gesekan, kerja yang dilakukan untuk menggeser suatu obyek dari posisi A ke B akan bergantung pada lintasan yang ditempuh. Gaya gesekan adalah "gaya tidak konservatif". Biasa disebut "gaya disipatif", karena energi selalu dibuang menjadi kalor bila terjadi gesekan. Sekalipun arah gerak dibalikkan, tetap terjadi gaya gesekan yang berlawanan dengan arah gerak sehingga kerja yang dilakukan gaya gesekan selalu negatif, dalam pengertian obyek mengalami kehilangan energi. Perlu diperhatikan pula bahwa yang tidak termasuk gaya konservatif adalah gaya yang bergantung pada waktu ataupun kecepatan.

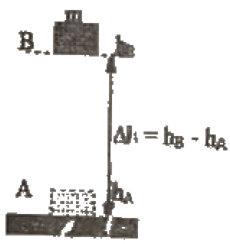
4.5.2 Energi Potensial Gravitasi

Untuk mengangkut sebuah obyek bermassa m secara vertikal, diperlukan gaya ke atas paling sedikit sama dengan berat obyek m.g. Bila kita memilih arah +z sebagai vertikal ke atas maka gaya gravitasi pada obyek adalah fg= - m.g.h. Agar obyek dalam keadaan setimbang maka diperlukan gaya sebesar $F= -F_g = m.g.h$ ke atas.

Jika benda dinaikkan dari posisi semula h_a ke h_b kerja yang dilakukan oleh gaya F melawan gravitasi adalah

$$\mathbf{W = F (h_a - h_b) = mg\Delta h} \qquad (4\text{-}9)$$

Sesuai hukum kekekalan energi maka kerja mgΔh ini dipindahkan ke obyek menambah energi potensialnya. Karena tidak selamanya gaya lawan F yang ada (misalkan jatuh bebas) maka untuk definisi potensial sebaiknya ditinjau kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi sendiri, yang sama dengan mgΔh.



Gambar 4.5

Definisi: Perubahan energi potensial gravitasi suatu obyek dari posisi A ke posisi B adalah sama dengan negatif dari kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi pada obyek dalam perpindahan itu.

Perhatikanlah bahwa yang didefinisikan adalah perubahan energi potensial. Energi potensial selalu diukur secara relatif sebagai selisih, atau ditetapkan terhadap suatu posisi acuan. Misalnya, energi potensial dianggap nol pada permukaan bumi, atau energi potensial dianggap nol pada posisi/keadaan semula. Simbol yang lazim dipakai untuk energi potensial adalah U, maka dalam bentuk matematis diperoleh

$$\mathbf{U_B - U_A = mg\,(h_g - h_A) = mg\Delta h} \qquad (4\text{-}10)$$

4.5.3 Energi Potensial Pegas

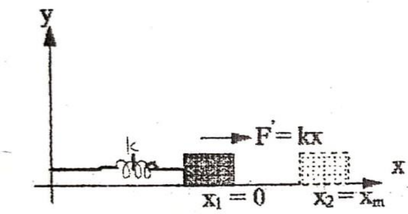
Pegas adalah suatu sistem yang terdiri dari sejumlah (sangat banyak) molekul yang melakukan gaya interaksi terhadap satu sama lain. Setiap benda yang memiliki sifat elastis (mempunyai kecenderungan untuk kembali ke bentuk semula) digambarkan sebagai pegas. Apabila pegas diregangkan, jarak antara molekul berubah. Gaya atau tegangan yang timbul didalam pegas ideal akibat perpanjangan x menurut hukum Hooke adalah

$$\boldsymbol{F = -kx} \qquad (4-11)$$

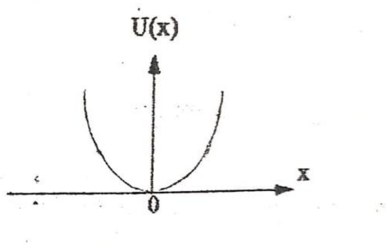
dengan k adalah tetapan pegas. Pada pegas ideal tidak ada gaya gesekan internal, hanya ada gaya elastis yang konservatif. Bila pegas ditarik oleh gaya luar F' , maka F' = -F = +kx (lihat gambar 4.6). Kerja yang dilakukan oleh F' sehingga terjadi deformasi dari posisi x_1= 0 hingga x_2= x_m diberikan oleh:

$$\mathbf{W = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_0^{x_m} k.x.dx = K.\tfrac{1}{2}x_m^{\ 2}} \qquad (4\text{-}12a)$$

Kerja ini dipindahkan menjadi energi internal atau energi potensial pegas. Kerja yang dilakukan oleh gaya F' sama dengan potensial pegas.



Gambar 4.6



Gambar 4.7

$$\mathbf{U(X_m) = k.\frac{1}{2}\, x_m^{\;2}} \qquad (4\text{-}12b)$$

Energi potensial ini adalah relatif terhadap acuan yang dipilih yakni energy potensial nol untuk perubahan panjang x=0. Perubahan energy potensial pegas bila panjang berubah dari $x_1 = x_0$ sampai $x_2 = x_m$ diberikan oleh:

$$U(X_m) - U(X_0) = \frac{1}{2}\, k\, (X_m^{\;2} - X_0^{\;2}) \qquad (4\text{-}12c)$$

4.6 Energi Mekanik dan Kekekalan Energi

Pada suatu sistem dapat bekerja gaya konservatif dan gaya tidak konservatif. Kerja total yang dilakukan pada sistem adalah jumlah kerja yang dilakukan oleh gaya-gaya konservatif W_c dan kerja yang dilakukan oleh gaya-gaya tidak konservatif W_{NC}:

$$\mathbf{W_{tot} = W_c + W_{NC}} \qquad (4\text{-}13)$$

dari persamaan (4-5) dan (4-6) kita peroleh:

$$W_{tot} = m.\ ½\ v_2^{\;2} - m.\ ½\ v_1^{\;2} = \Delta E_k$$

$$W_c \ = +W_{NC} = ½\ m.v_2^{\;2} - ½\ m.v_1^{\;2}$$

atau

$W_{NC} = ½\ m.v_2^2 – ½\ m.v_1^2 – W_c$

Kerja yang dilakukan gaya konservatif dapat ditulis dalam suku-suku energi potensial, misalkan energi potensial gravitasi:

$$\mathbf{W_c = -mg\Delta h = E_{p1} + E_{p2}}$$

Kita subtitusi hubungan ini ke dalam persamaan W_{NC}:

$$\mathbf{W_{NC} = ½\ m.v_2^2 – ½\ m.v_1^2 + E_{p2} – E_{p1}} \quad (4\text{-}14a)$$

atau

$$\mathbf{W_{NC} = \Delta E_k + \Delta E_p} \quad (4\text{-}14b)$$

Jadi kerja yang dilakukan oleh gaya tidak konservatif pada sebuah objek adalah sama dengan perubahan total pada energi kinetik dan energi potensial.

Jika hanya gaya-gaya konservatif yang bekerja pada sistem maka $W_{NC} = 0$, sehingga persamaan (4-14) akan menjadi

$$\Delta E_k + \Delta E_p = 0 \quad (4\text{-}15a)$$

atau

$$½\ m.v_2^2 – ½\ m.v_1^2 + E_{p2} – E_{p1} = 0 \quad (4\text{-}15b)$$

dengan demikian dapat ditulis persaamaan ini menjadi

$$\mathbf{½\ m.v_2^2 + E_{p2} = ½\ m.v_1^2 + E_{p1}} \quad (4\text{-}15c)$$

Jika didefinisikan kuantitas E sebagai jumlah energi kinetik dan energi potensial, maka E disebut energi mekanik total dari sistem. Persamaan (4-15) menyatakan energi mekanik sistem pada kedudukan-2 sama dengan energi mekanik sistem pada kedudukan-1, atau energi mekanik sistem adalah kekal. Pernyataan ini dikenal sebagai prinsip kekekalan energi mekanik untuk gaya-gaya konservatif.

Jika pada suatu sistem hanya ada energi potensial gravitasi, pernyataan prinsip kekekalan energi mekanik persamaan (4-15c) menjadi:

$$\frac{1}{2} m.v_1^2 + m.g.y_1 = \frac{1}{2} m.v_2^2 + m.g.y_2 \qquad (4\text{-}16)$$

dengan y_1 dan y_2 menyatakan posisi relatif (tinggi) benda dari permukaan bumi.

Jika pada sistem bekerja gaya-gaya konservatif dan tidak konservatif maka pernyataan prinsip kekekalan energi mekanik menjadi

$$\frac{1}{2} mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgy_2 + W_{NC} \qquad (4\text{-}17)$$

W_{NC} dapat berupa kerja oleh gaya gesekan. W_{NC} umumnya dikenal sebagai energi disipatif.

4.7 Daya

Daya didefinisikan sebagai laju kerja yang dilakukan atau laju energi yang ditransformasikan:

$$\textbf{Daya} = \frac{\textbf{kerja}}{\textbf{waktu}} = \frac{\textbf{energi yang ditransmisikan}}{\textbf{waktu}} \qquad (4\text{-}18)$$

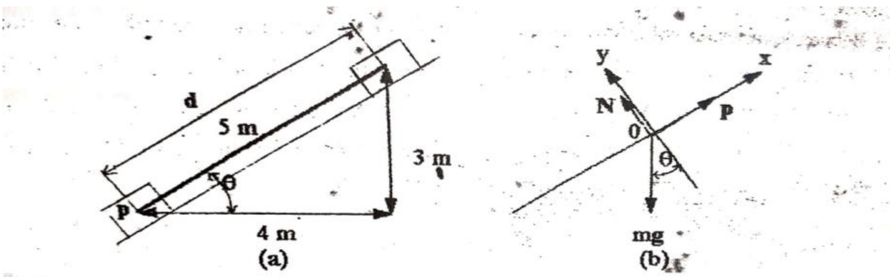
Jika W adalah kerja yang dilakukan oleh gaya F sejauh d selama selang waktu t, daya P diberikan oleh

$$P = \frac{W}{t} = F\frac{d}{t} = F.v \qquad (4\text{-}19)$$

dengan $v = \frac{d}{t}$ adalah laju obyek.

4.8.1 Balok bermassa 10,0 kg akan dinaikkan dari dasar ke puncak bidang miring yang panjangnya 5,00 m dan tinggi puncaknya dari tanah 3,00 m. Anggap permukaan bidang licin. Berapakah usaha yang harus dilakukan oleh sebuah gaya sejajar bidang yang mendorong balok ke atas dengan laju konstan dengan g= 9,80 m/s^2.

Pemecahannya:



P – mg sin Θ = 0

atau

P = mg sin Θ = (10,0 kg) (9,80m/s^2) (3/5) = 58,8N

W = P.d = Pd cos 0^0 = Pd = (58,8N) (5,00m) = 204 J.

Dengan cara lain:

W = mgh = (10,0 kg) (9,80 m/s^2) (3,00 m) = 294 J.

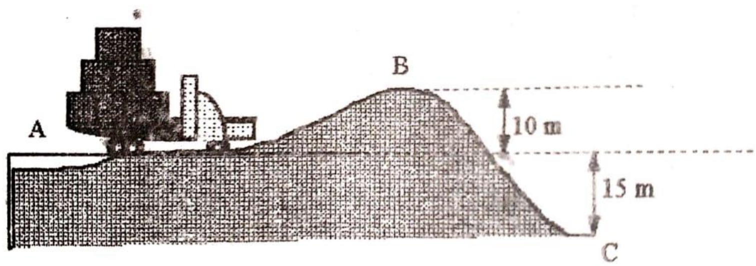
4.8.2 Gaya tarik menarik coulomb terhadap muatan positif pada posisi x akibat muatan negatif pada titik asal atau gaya tarik-menarik gravitasi diberikan oleh F(x)= -K/x^2 dengan K adalah konstan. Carilah kerja yang dilakukan oleh gaya padsa muatan yang bergerak dari x= a ke x = b.

Pemecahannya:

$W_{ab} = \int_a^b F(x)\, dx = -K \int_a^b dx/x^2$

$W_{ab} = K [\, 1/x \,]_a^b = K (1/a - 1/b)$

4.8.3 Sebuah kendaraan roler-coaster massanya 100 kg bergerak dari titik A ke titik B kemudian ke titik C. (a) Berapa energy potensial gravitasi pada B dan C relative terhadap titik A? Ambil y = 0 pada titik A. (b) berapa perubahan energi potensial jika ia berangkat dari B ke C? (c) Ulangi peryataan (a) dan (b) tetapi dengan acuan di titik C (y = 0 padaa titik C).



Pemecahannya:

a) E_p (A) = 0

E_p (B) = mgy (AB) y(AB) = 10 m (positif ke arah atas)

E_p (AB) = (100 kg) (9,7 m/s^2) (10 m) = 1,0 x 10^5 J

E_p (C) = mgy (AC) y(AC) = -15 m (negatif ke arah bawah)

= (1000 kg) (9,8 m/s^2) (-15) = -1,5 x 10^5 J

b) Dari B ke C, perubhan energi potensial adalah:

E_p (C) - E_p (B) = (-15 x 10^5 J) – (1,0 x 10^5 J) = -2,5 x 10^5 J.

energy potensial berkurang sebesar 2,5 x 10^5 J.

c) E_p (C) = 0

E_p (A) = mgy (CA) y(CA) = 15 m

$= (1000 \text{ kg}) (9{,}8 \text{ m/s}^2) (15 \text{ m}) = 1{,}5 \times 10^5 \text{ J}$

$E_p (B) = mgy (CB)$ $y(CB) = 25 \text{ m}$

$= (1000 \text{ kg}) (9{,}8 \text{ m/s}^2) (25 \text{ m}) = 2{,}5 \times 10^5 \text{ J}$

Dari B ke C, perubahan energi potensial adalah

$E_p (C) - E_p (B) = 0 – 2{,}5 \times 10^5 \text{J} = -2{,}5 \times 10^5 \text{ J}$.

4.8.4 Sebuah bola bermassa m= 2,60 kg jatuh dari posisi y= h = 55,0 cm menimpa ujung pegas dalam posisi y= 0 sehingga pegas tertekan sejauh 15,0 cm. (lihat gambah 4.8). Tentukan konstanta pegas. Anggap massa pegas diabaikan.

Pemecahannya:

Tinjau gerak jatuh bebas bola dari y_1= h dengan kecepatan v_1 hingga y_2= 0 dengan kecepatan v_2. Berdasarkan hukum kekekalan energi:

$½ mv_1^2 + mgy_1 = ½ mv_2^2 + mgy_2$

$0 + mgh = ½ mv_2^2$

$V_2 = (2gh)^{1/2} = [(2)(9{,}80 \text{ m/s}^2)(0{,}66 \text{ m})]^{1/2} = 3{,}28 \text{ m/s}$

(kecepatan bola saat menimpa pegas)

Tinajau gerak bola dari y_2= 0 sampai y_3= -Y dengan kecepatan v_3. Berdasarkan *hukum kekekalan energi*:

$½ mv_2^2 + mgy_2 + ½ ky_2^2 = ½ mv_3^2 + mgy_3 + ½ ky_3^2$

$½ mv_2^2 + 0 + 0 = 0 + mg (-Y) + ½ k(-Y)^2$

$½ mv_2^2 + mgY = ½ kY^2$

$k = 2 [m\frac{V_2^2}{2} + mgY]/Y^2 = m[v_2^2 + 2gY]/Y^2$

$= 2{,}60 \text{ kg } [(3{,}28 \text{ m/s})^2 + (2)(9{,}80 \text{ m/s}^2)(0{,}150\text{m})]/(0{,}150\text{m})^2 =$ 1580 N/m.

Atau dengan cara lain:

$\frac{1}{2} mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2} mv_3^2 + mgy_3 + \frac{1}{2} ky_3^2$

$0 + mgh = 0 - mgY + \frac{1}{2} ky^2$

$k = 2mg(h + Y)/Y^2$

$= (2)(2{,}60 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}550 \text{ m} + 0{,}150 \text{ m})/(0{,}150 \text{ m})^2$

$= 1580 \text{ N/m}$.

4.9 Soal-Soal Latihan dan Diskusi

4.9.1 Seorang anak menarik kendaraan salju yang beratnya 100 kg sejauh 300 meter sepanjang bidang horizontal dengan laju tetap. Hitunglah usaha yang dilakukannya pada kendaraan, bila koefisien gesekan kinetik 0, 20 dan tarikannya membentuk sudut 45^o dengan horizontal!

4.9.2 (a) Tentukan kerja yang harus dilakukan oleh seorang pendaki gunung untuk membawa 15,0 kg backpack ke atas bukit setinggi h = 10,0 m. tentukan juga (b) kerja yang dilakukan oleh gravitasi, dan (c) kerja total yang dilakukan pada backpack. Untuk sederhananya, anggap pendaki bergerak dengan kecepatan tetap.

4.9.3 Pada sebuah bandul sederhana panjang L, benda ditarik sampai ketinggian ¼ L di atas posisi paling bawah. Jika benda dilepaskan, tentukan laju benda pada posisi paling bawah. Panjang tali L= 100 cm.

4.9.4 Sebuah kapal sedang ditarik dengan tali tambang melalui suatu terusan dengan laju 3 km/jam. Sudut tali 30^o terhadap arah gerak kapal dan tegangan 1200 N. Massa kapal 80 ton. Tentukanlah:

(a) energi kinetik kapal, dan

(b) daya yang diberi pada tambang.

4.9.5 Mesin listrik dengan daya efektif 15 kW dipakai untuk menaikkan sebuah elevator yang massa kosongnya 1200 kg. Jika dikehendaki elevator dapat naik dengan laju minimal 1 m/s' tentukanlah muatan maksimum yang dibolehkan di elevator tersebut. Gesekan diabaikan.

MOMENTUM LINIER DAN TUMBUKAN

BAB V

Hukum kekekalan energi yang dibahas dalam bab sebelumnya, hanyalah salah satu dari hukum kekekalan dalam fisika. Kuantitas lain yang ditemukan memiliki sifat kekal adalah momentum linier, momentum sudut, dan muatan listrik. Pada bab ini kita akan membahas momentum linier dan kekekalannya. Selanjutnya dengan menggunakan hukum kekekalan momentum serta hukum kekekalan energi, kita akan menganalisis tumbukan. Tumbukan terjadi jika ada interaksi "objek", sering disebut sebagai "partikel, baik partikel tunggal (seperti ledakan bom), maupun partikel ganda (seperti tumbukan antara dua kelereng). Tumbukan dari interaksi dari partikel ganda tidak harus bersinggungan satu sama lain, tumbukan seperti ini disebut "interaksi medan".

5.1. Momentum dan Hubungannya dengan Gaya

Momentum linier dari sebuah partikel didefinisikan sebagai hasil kali antara massa dan kecepatan partikel tersebut. Momentum linier umumnya dinyatakan sebagai p. Jika m menyatakan massa partikel dan v adalah kecepatannya, maka momentum linier (selanjutnya saja :momentum") p adalah

$$\mathbf{p} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{v} \qquad (5\text{-}1)$$

Karena kecepatan adalah sebuah vector, maka momentum haruslah merupakan vector. Arah momentum sama dengan arah kecepatan, dan besar momentum adalah p= m.v. Karena v bergantung pada kerangka acuan, maka kerangka ini haruslah ditetapkan.

Sebuah gaya diperlukan untuk mengubah momentum dari sebuah partikel, baik besar maupun arahnya. Pernyataan Newton dari persamaan gerak kedua (Hukum Kedua Newton) dapat ditafsirkan dalam bahasa momentum sebagai berikut: *“laju perubahan momentum dari sebuah partikel sebanding dengan gaya resultan yang bekerja padanya.”* Secara matematis ditulis:

$$\boldsymbol{\Sigma F} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta \boldsymbol{t}} \qquad (5\text{-}2)$$

dengan ΣF adalah gaya total yang bekerja pada obyek dan Δp adalah perubahan momentum resultan yang terjadi selama selang waktu Δt. Jika sistem terdiri dari sebuah partikel dengan massa m konstan, maka dengan memasukkan persamaan (5-1) ke persamaan (5-2), kita dapatkan bentuk hukum kedua Newton yang lazim kita gunakan selama ini.

$$\begin{aligned} \Sigma F &= \frac{\Delta p}{\Delta t} \\ &= \frac{(m, v - m.vo)}{\Delta t} \\ &= \frac{m\,(v - vo)}{\Delta t} \\ &= m\,\frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= m\ a \end{aligned}$$

$$sebab\ pendefinisi, a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Pada sistem partikel banyak yang terdiri dari **n** partikel dengan massa masing-masing $\mathbf{m_1, m_2, \ldots, m_n}$, sistem secara keseluruhan memiliki momentum total **p**. Momentum total didefinisikan sebagai jumlah vektor semua momentum partikel dalam kerangka acuan yang sama, yaitu:

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$$

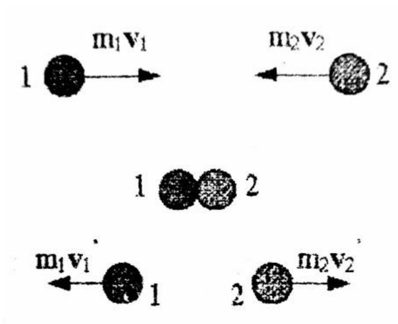
$$\mathbf{p = m_1.v_1 + m_2.v_2 + \ldots + m_n.v_n} \qquad (5\text{-}3)$$

dengan v_1 adalah kecepatan m_1, v_2 adalah kecepatan m_2, dan vn adalah kecepatan partikel ke-n bermassa m_n.

5.2. Kekekalan Momentum

Prinsip kekekalan momentum adalah prinsip kedua tentang kekekalan yang telah kita jumpai, yang pertama adalah prinsip kekekalan energi. Pada pertengahan abad ke-17 ditemukan bahwa jumlah momentum dari dua obyek yang bertumbukan adalah konstan.

Contoh tumbukan dua buah bola billiard (gambar 5.1)



Gambar 5.1

Andaikan gaya eksternal total pada sistem ini adalah nol. Meskipun momentum dari tiap-tiap bola berubah karena tumbukan, ternyata jumlah momentumnya ditemukan sama sebelum dan sesudah tumbukan. Jika $m_1.v_1$ adalah momentum dari bola 1 dan $m_2.v_2$ adalah momentum dari bola 2, keduanya diukur sebelum tumbukan, maka momentum total kedua bola sebelum tumbukan adalah $m_1.v_1 + m_2.v_2$. Setelah tumbukan, tiap-tiap bola mempunyai kecepatan dan momentum yang berbeda, yaitu $m_1.v_1' + m_2.v_2'$. Momentum total setelah tumbukan adalah $m_1.v_1' + m_2.v_2'$. Dengan demikian, tanpa gaya eksternal, berlaku:

$$\mathbf{m_1.v_1 + m_2.v_2 = m_1.v_1' + m_2.v_2'} \qquad (5\text{-}4)$$

dalam hal ini, vektor momentum total dari sistem dua bola adalah kekal atau kontsan.

Meskipun prinsip kekekalan momentum ditemukan secara eksperimental, namun kita juga dapat menurunkannya dari hukum gerak Newton. Dari gambar 5-1, anggap gaya F terdapat pada satu bola dan mendorong bola lain selama tumbukan. Gaya rata-rata selama waktu tumbukan Δt diberikan oleh :

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad atau \quad \boldsymbol{F\,\Delta t = \Delta p} \qquad (5\text{-}5)$$

Jika persamaan (5-5) diterapkan pada bola 1 (Gambar 5.1) dengan mengambil v_1 adalah kecepatan bola 1 sebelum tumbukan dan v_1' adalah kecepatan setelah tumbukan, maka

$$F\,\Delta t = \Delta p$$

$$\boldsymbol{F\,\Delta t} = \mathbf{m_1.v_1 - m_1.v_1'}$$

Dalam hubungan ini, F adalah gaya pada bola 1 mendorong bola 2, dan Δt adalah waktu kontak kedua bola selama tumbukan. Jika persamaan (5-5) diterapkan pada bola 2, maka berdasarkan hukum ketiga Newton, gaya bola 2 terhadap bola 1 adalah – F, sehingga ditulis:

$$-\mathbf{F}.\,\Delta t = \mathbf{m_2.v_2' - m_2.v_2}$$

Kombinasi kedua persamaan terakhir, diperoleh:

$$m_1.v_1' - m_1.v_1 = -\,(m_2.v_2' - m_2.v_2)$$

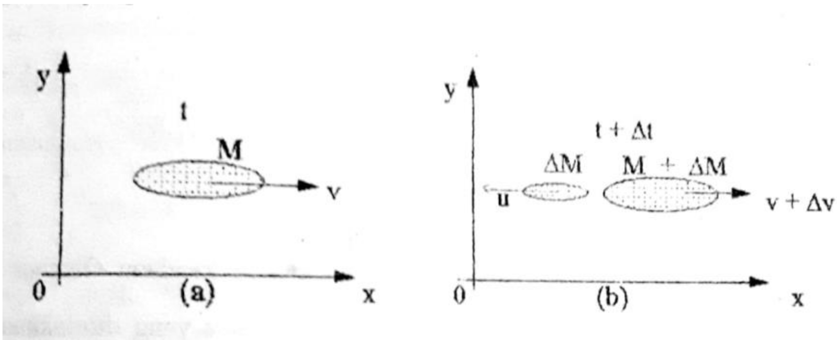
atau

$$\mathbf{m_1.v_1 + m_2.v_2 = m_1.v_1' + m_2.v_2'}$$

persamaan di atas menunjukkan bahwa jika jumlah gaya-gaya yang bekerja pada sistem adalah nol, maka $\Delta p = 0$, sehingga tidak ada perubahan momentum total. Jadi pernyataan umumn “hukum kekekalan momentum” adalah *momentum total dari suatu sistem terisolir adalah konstan*.

5.3. Sistem dengan Massa yang Berubah

Pada pembahasan sebelumnya kita hanya membahas sistem dengan massa total M yang konstan terhadap waktu. Sekarang akan kita bahas sistem dengan massa yang berubah selama pengamatan. Jika ada massa yang masuk ke dalam sistem, laju perubahan massa dM/dt positif, jika ada yang kleuar diberi tanda negatif. Contoh yang aktual dari sistem ini adalah roket yang diluncurkan.



Gambar 5.2

Gambar 5.2 (a) memperlihatkan sebuah sistem bermassa M yang bergerak dengan kecepatan v terhadap kerangka acuan tertentu. Pada sistem bekerja juga gaya eksternal F_{eks}. Pada saat Δt berikutnya, susunannya sudah berubah menjadi seperti dalam Gambar 5.2 (b). Massa sebesar ΔM dikeluarkan dari sistem dan bergerak dengan kecepatan v terhadap pengamat. Massa sistem berubah menjadi M – ΔM dan kecepatan sistem berubah dari v ke (v + Δv).

Dari persamaan (5-2), kita ketahui bahwa:

$$\boldsymbol{F_{eks}} = \frac{\boldsymbol{\Delta p}}{\boldsymbol{\Delta t}} = \frac{(\boldsymbol{p_t} - \boldsymbol{p_o})}{\boldsymbol{\Delta t}} \qquad (5-6)$$

Dengan p_t adalah momentum akhir sistem (Gambar 5-2 (b)) dan p_o adalah momentum awal sistem (Gambar 5.2 (a)). Momentum akhir sistem diberikan oleh

$$p_t = (M - \Delta M)(v + \Delta v) + \Delta M.u \qquad (5-7a)$$

Sedangkan momentum awal sistem adalah

$$p_o = M.v \qquad (5-7b)$$

Sehingga persamaan (5-6) akan menjadi:

$$\boldsymbol{F_{eks}} = \frac{[\,(\boldsymbol{M} - \Delta\boldsymbol{M})(\boldsymbol{v} + \Delta\boldsymbol{v}) + \Delta\boldsymbol{M}.\boldsymbol{u}] - [\boldsymbol{M}.\boldsymbol{v}]}{\Delta\boldsymbol{t}} \qquad (5-8)$$

$$F_{eks} = M.\frac{\Delta v}{\Delta t} + \frac{[\,u - (v + \Delta v)]\Delta M}{\Delta t}$$

Jika Δt dibuat menuju nol, keadaan Gambar 5.2(b) mendekati keadaan Gambar 5.2(a), dalam hal ini $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ mendekati $\frac{dv}{dt}$. Besaran ΔM adalah massa yang ditolakkan dalam waktu Δt. Karena perubahan massa benda terhadap waktu, $\frac{dM}{dt}$, dalam hal ini harus berharga negatif, maka ketika Δt menuju nol, besaran positif $\frac{\Delta M}{\Delta t}$ kita ganti dengan $-\frac{dM}{dt}$. Akhirnya, Δv menuju nol bila Δt menuju nol. Dengan demikian persamaan (5-8) akan menjadi:

$$F_{eks} = M\,\frac{dv}{dt} + v.\frac{dM}{dt} - u\,\frac{dM}{dt} \qquad (5-9a)$$

$$F_{eks} = \frac{d(Mv)}{dt} - u\,\frac{dM}{dt} \qquad (5-9b)$$

Persamaan (5-9) merupakan pernyataan matematis dari hukum kedua Newton, yang mendefinisikan gaya luar pada obyek yang massanya berubah. Kita perhatikan bahwa jika laju perubahan massa adalah nol (massa konstan), maka persamaan (5-9) akan kembali ke bentuk yang lazim kita kenal Hukum II Newton, F = M. a

5.4. Tumbukan dan Impuls

Pada saat dua buah obyek bertumbukan, kedua obyek umumnya mengalami deformasi melibatkan gaya-gaya yang kuat. Gaya-gaya tersebut adalah gaya kontak dan berdasarkan hukum kedua Newton, persamaan (5-2), besar vektor gaya tersebut adalah

$$\boldsymbol{\Sigma F} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta \boldsymbol{t}} \qquad (5\text{-}10)$$

Persamaan inu tentu saja diterapkan pada masing-masing obyek dalam suatu tumbukan. Kita pahami bahwa tumbukan umumnya terjadi dalam waktu yang sangat singkat sehingga gaya kontak dapat ditulis dalam bentuk infinitesimal $\Delta t \rightarrow 0$, yaitu F = $\frac{dp}{dt}$. Jika kedua ruas persamaan (5-10) dikalikan dengan interval waktu Δt, diperoleh

$$\boldsymbol{F}\,\Delta \boldsymbol{t} = \Delta \boldsymbol{p} \qquad (5-11)$$

Kuantitas ruas kiri (5-11), yaitu perkalian antar gaya F dengan interval waktu Δt, disebut **Impuls**. Kita lihat bahwa perubahan total pada momentum sama dengan impuls. Konsep impuls hanya terdapat pada tumbukan yang berlangsung sangat simgkat.

5.5. Kekekalan Energi dan Momentum pada Tumbukan

Pada persamaan (5-4) telah diterangkan tentang kekekalan momentum total pada tumbukan antara dua obyek (bola billiard). Jika kedua obyek sangat keras dan elastis dan tidak ada panas yang dihasilkan pada saat kedua obyek bertumbukan, maka energi kinetik adalah kekal. Ini berarti energi kinetik total adalah kekal disebut tumbukan elastik sedangkan tumbukan di mana energi kinetik total tidak kekal disebut tumbukan tidak elastis.

Tumbukan elastik,

$$\tfrac{1}{2} m_1.v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2.v_2^2 = \tfrac{1}{2} m_1.v_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_2.v_2'^2$$

$$\mathbf{m_1.v_1 + m_2.v_2 = m_1.v_1' + m_2.v_2'} \qquad (5\text{-}12)$$

Tumbukan tidak elastis,

$$\tfrac{1}{2} m_1.v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2.v_2^2 = \tfrac{1}{2} m_1.v_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_2.v_2'^2 + \text{energi termal} + \text{bentuk energi lain}$$

$$m_1.v_1 + m_2.v_2 = m_1.v_1' + m_2.v_2'$$

Jadi pada tumbukan elastik berlaku hukum kekekalan energi kinetik dan hukum kekekalan momentum, sedangkan pada tumbukan tidak eslastis tidak berlaku hukum kekekalan energi kinetik namun berlaku hukum kekekalan momentum.

5.6. Tumbukan Elastik dalam Satu Dimensi

Pada uraian berikut ini, kita menerangkan kekekalan momentum dan energi kinetik untuk tumbukan elastik antara dua obyek kecil (partikel) yang saling bertumbukan, sedemikian hingga semua gerak terjadi sepanjang garis lurus.

Dari hukum kekekalan momentum, kita peroleh:

$$m_1.v_1 + m_2.v_2 = m_1.v_1' + m_2.v_2'$$

karena tumukan dianggap elastik, energi kinetik juga kekal:

$$\tfrac{1}{2} m_1.v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2.v_2^2 = \tfrac{1}{2} m_1.v_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_2.v_2'^2$$

Jika kita mengetahui massa dan kecepatan awal, maka dengan mengguakan kedua persamaan di atas kita dapat menentukan kecepatan sesudah tumbukan, yaitu v_1' dan v_2'.

Kita dapat menulis kembali persamaan kekekalan momentum dan energi kinetik sebagai berikut:

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2' - v_2) \qquad (5-13)$$

$$m_1(v_1^2 - v_1'^{\,2}) = m_2(v_2'^{\,2} - v_2^2) \qquad (5-14a)$$

Persamaan (5-14a) dapat ditulis kembali sebagai berikut,

$$m_1(v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = m_2(v_2' - v_2)(v_2' + v_2) \qquad (5-14b)$$

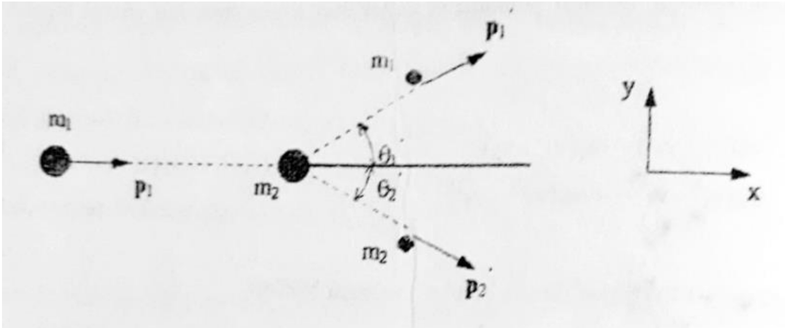
Jika persamaan (5-14b) dibagikan dengan (5-13), diperoleh $(v_1 \neq v_1'\ dan\ v_2 \neq v_2')$

$$v_1 + v_1' = v_2' + v_2 \quad atau \quad v_1 - v_2 = v_2' - v_1' \qquad (5-15a)$$

Hasil ini menunjukkan bahwa untuk tumbukan elastik pada satu dimensi antara dua partikel, kecepatan relatif satu sama lain sebelum dan sesudah tumbukan adalah sama.

5.7. Tumbukan Elastik dalam Dua atau Tiga Dimensi

Prinsip kekekalan momentum dan energi kinetik dapat juga diterapkan terhadap tumbukan dalam dua dimensi atau tiga dimensi. Untuk hal demikian, kaidah vektor kembali berperan penting. Contoh tumbukan semacam ini kita dapat lihat pada permainan billiard, serta tumbukan atom-atom. Gambar 5.3 memperlihatkan partikel 1 bermassa m_1 bergerak sepanjang sumbu x dan menumbuk partikel 2 bermassa m_2 yang mula-mula dalam keadaan diam. Setelah kedua partikel terhambur, m_1 membentuk sudut θ_1 terhadap sumbu x dan m_2 membentuk θ_2 terhadap sumbu x.



Gambar 5.3

Dari kekekalan energi kinetik, kita peroleh hubungan:

$\frac{1}{2} m_1.v_1^2 = \frac{1}{2} m_1.v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2.v_2'^2$ (5-16a)

Dari kekekalan momentum, kita peroleh:

$$p_1 = p_1' + p_2'$$

Jika diuraikan dalam komponen-komponen vektornya, kita peroleh:

$$p_x = p_{1x}' + p_{2x}'$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 v_1' \cos\theta_1 + m_2 v_2' \cos\theta_2 \qquad (5-16b)$$

$$p_y = p_{1y}' + p_{2y}'$$

$$0 = m_1 v_1' \sin\theta_1 + m_2 v_2' \sin\theta_2 \qquad (5-16c)$$

Kita memiliki tiga persamaan bebas satu sama lain. Dari ketiga persamaan di atas, kita dapat menemukan tiga variabel yang tidak diketahui jika variabel-variabel lainnya diketahui.

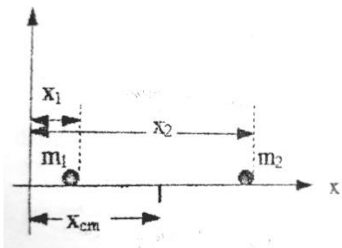
5.8. Pusat Massa

Sejauh ini obyek yang kita tinjau diperlakukan sebagai partikel tunggal. Dalam gerak translasi, tiap-tiap titik pada obyek mengalami pergeseran yang sama dengan titik lainnya sepanjang waktu, sehingga gerak dari satu partikel menggambarkan gerak keseluruhan obyek.

Tetapi, walaupun dalam geraknya obyek berotasi ataupun bervibrasi, ada satu titik pada obyek yang bergerak serupa dengan gerak sebuah partikel bila dikenai gaya luar yang sama, titik tersebut dinamakan **pusat massa**.

Tinjau sistem dua partikel m_1 dan m_2 yang masing-masing berjarak x_1 dan x_2 dari suatu titik asal O, pusat massa sistem terletak pada jarak x_{cm} dari titik asal O, dengan x_{cm} didefinisikan sebagai (lihat Gambar 5.4)

$$\boldsymbol{x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{M}} \qquad (5-17)$$



Gambar 5.4

Dengan M= $m_1 + m_2$ adalah massa total sistem. Pusat massa terletak pada garis antara m_1 dan m_2. Jika kedua massa sama ($m_1 = m_2 = m$), xcm persis berada di tengah, karena dalam kasus ini,

$$x_{cm} = \frac{m(x_1 + x_2)}{2\,m} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Jika $m_1 > m_2$, maka pusat massa akan bergeser mendekati m_1, sebaliknya jika $m_1 < m_2$, maka pusat massa akan bergeser mendekati m_2.

Jika kita mempunyai n partikel m1, m2, ..., mn sepanjang garis lurus, maka menurut definisi, pusat massa partikel-partikel ini terhadap suatu titik asal adalah

$$\boldsymbol{x_{cm}} = \frac{\boldsymbol{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_n x_n}}{\boldsymbol{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}} = \frac{\boldsymbol{\Sigma\, m_i x_i}}{\boldsymbol{\Sigma\, m_i}} \qquad (5-18)$$

dengan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah jarak masing-masing massa terhadap titik asal yang digunakan untuk mengukur x_{cm}.

Untuk banyak partikel yang tersebar dalam ruang dan tidak harus segaris ataupun tidak harus sebidang, pusat massanya erada di x_{cm}, y_{cm}, dan z_{cm} , masing-masing dinyatakan sebagai berikut,

$$x_{cm} = \frac{\Sigma\, m_i x_i}{M}, \qquad y_{cm} = \frac{\Sigma\, m_i y_i}{M}, \quad z_{cm} = \frac{\Sigma\, m_i z_i}{M} \qquad (5-19a)$$

dengan $M = \Sigma m_i$.

Dalam notasi vektor, masing-masing partikel dalam sistem dapat dinyatakan dengan vektor posisi r_i dalam suatu sistem koordinat tertentu dan pusat massanya ditunjukkan oleh vektor posisi rcm. Vektor-vektor ini dihubungkan dengan x_i, y_i, dan z_i dan x_{cm}, y_{cm}, dan z_{cm} dalam persamaan (5-19a) melalui,

$$r_i = ix_i + jy_i + kz_i \quad dan \quad r_{cm} = ix_{cm} + jy_{cm} + kz_{cm}$$

Dengan demikian, ketiga persamaan (5-19a) dapat digantikan dengan sebuah persamaan vektor,

$$\boldsymbol{r_{cm}} = \frac{\boldsymbol{\Sigma\, m_i r_i}}{\boldsymbol{M}} \qquad (5-19b)$$

Persamaan (5-19b) menyatakan bahwa jika titik asal kerangka acuan dipilih pada pusat massa (r_{cm}= 0), maka untuk sistem tersebut berlaku, $\boldsymbol{\Sigma\, m_i r_i}$ **= 0**.

Suatu benda tegar dapat dipandang sebagai sistem partikel yang saling berdekatan dan sangat rapat sehingga dapat ditentukan pusat massanya. Caranya, kita bagi-bagi benda menjadi n-buah elemen kecil yang masing-masing bermassa Δm_i. Jika Δm_i dibuat sangat kecil ($\Delta m_i \;\rightarrow 0$), maka letak pusat massa dinyatakan dalam bentuk vektor diberikan oleh,

$$r_{cm} = \frac{1}{m}\int r\ dm \qquad (5-20)$$

Dalam pernyataan di atas, *dm* adalah elemen massa diferensial pada posisi r dari titik asal kerangka acuan.

5.9. Pusat Massa dan Gerak Translasi

Tinjau gerak sekumpulan partikel, masing-masing massanya m_1, m_2, …, m_n dengan massa total M yang dianggap konstan. Dari persamaan (5-19b), kita dapat menulis,

$$Mr_{cm} = m_1 r_1 + m_2 r_2 + \cdots + m_n r_n$$

dengan r_{cm} adalah vektor posisi yang menyatakan letak pusat massa partikel dalam suatu kerangka acuan tertentu. Kita diferensiasikan persamaan ini terhadap waktu, kta peroleh,

$$M\frac{dr_{cm}}{dt} = m_1\frac{dr_1}{dt} + m_2\frac{dr_2}{dt} + \cdots + m_n\frac{dr_n}{dt}$$

atau

$$\boldsymbol{Mv_{cm} = m_1v_1 + m_2v_2 + \cdots + m_nv_n} \qquad (5-21)$$

dengan $v_n = \frac{dr_n}{dt}$ adalah kecepatan partikel ke-n dan $v_{cm} = \frac{dr_{cm}}{dt}$ adalah kecepatan pusat massa. Dari persamaan (5-21) kita melihat bahwa momentum total dari sistem sama dengan hasil kali massa total dengan kecepatan pusat massa sistem.

Kita diferensiasikan persamaan (5-21) terhadap waktu, kita peroleh,

$$M\frac{dv_{cm}}{dt} = m_1\frac{dv_1}{dt} + m_2\frac{dv_2}{dt} + \cdots + m_n\frac{dv_n}{dt}$$

atau

$$\boldsymbol{Ma_{cm} = m_1a_1 + m_2a_2 + \cdots + m_na_n} \qquad (5-22)$$

dengan a_{cm} adalah percepatan pusat massa sistem, sedangkan a_n adalah percepatan partikel ke-n. Berdasarkan hukum gerak kedua Newton, persamaan (5-22) dapatlah ditulis menjadi,

$$\boldsymbol{Ma_{cm} = F_1 + F_2 + \cdots + F_n = F_{tot}} \qquad (5-23)$$

Jadi jumlah semua gaya-gaya yang bekerja pada sistem sama dengan massa total dari sistem dikalikan dengan percepatan pusat massanya. Atau pusat massa dari suatu sistem dengan massa total M bergerak seperti sebuah partikel tunggal bermassa M disebabkan oleh gaya eksternal yang sama.

5.10. Contoh-Contoh Soal dan Pembahasannya

1. Sebuah mobil kereta (*railroad car*) massanya 10.000 kg berjalan dengan kecepatan 24 m/s menabrak mobil sejenis yang sedang mogok. Selanjutnya kedua mobil berjalan beriringan setelah tabrakan. Hitunglah kecepatan kedua mobil!

Pemecahannya:

Momentum total awal adalah,

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (10.000\ kg)\left(24\ \frac{m}{s}\right) = 2{,}4\ x\ 10^5\ kg\ m/s)$$

Setelah tumbukan, kedua mobil bergerak dengan kecepatan yang sama (mobil yang berjalan mendorong mobil yang mogok), jadi:

$$(m_1 + m_2)v = 2{,}4\ x\ 10^5\ kg\ m/s)$$

$$= \frac{(2{,}4\ x\ 10^5\ kg\frac{m}{s})}{2\ x\ 10^4\ kg} = \ 12\ \frac{m}{s}$$

2. Hitung impuls yang dialami oleh seseorang yang bermassa 70 kg pada tanah setelah melompat dari ketinggian 3 m. Kemudian perkirakan gaya rata-rata yang didorongkan pada kaki orang tersebut oleh tanah jika mendarat dengan
   a. Tegak
   b. Kaki bengkok,

Dalam hal ini anggap tubuh bergerak 1 cm selama tumbukan, dan pada kasus kedua jika kaki bengkok sekitar 50 cm.

Pemecahannya:

Ambil percepatan tubuh orang tersebut a= g = 9,8 m/s^2, dan kecepatan awal v_o = 0. Kecepatan tubuh di tanah:

$$v = [2a(y - y_o)]^{\frac{1}{2}} = [2\ (9{,}8)(3)]^{\frac{1}{2}} = 7{,}7\ \frac{m}{s}$$

Impuls pada tubuh orang tersebut adalah

$$F\,\Delta t = \Delta p = p - p_o = 0 - (70\,kg)\left(7{,}7\frac{m}{s}\right) = -540\ N.s$$

tanda negatif menunjukkan bahwa arah gaya berlawanan dengan arah momentum tubuh (gaya arahnya ke atas).

a. Tubuh berkurang kecepatan dari 7,7 m/s menjadi nol dalam jarak d = 1 cm = 1×10^{-2} m.

Laju rata-rata selama periode ini adalah v = (7,7 m/s + 0 m/s)/2 = 3,8 m/s.

Sehingga waktu tumbukan diberikan oleh;

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{1\,x\,10^{-2} m}{3{,}8\,\frac{m}{s}} = 2{,}6\,x\,10^{-3}\,s$$

Besar gaya total rata-rata orang tersebut (arah ke bawah):

$$F = \frac{impuls}{\Delta t} = \frac{540\,N.s}{2{,}6x10^{-3}\,s} = 2{,}1\,x\,10^{5}\,N$$

Dan

$$F = F_{tanah} - m\,g$$

$$F_{tanah} = F + m\,g = 2{,}1\,x\,10^{5} N + (70\,kg)(9{,}8\,m.s^{-2})$$

$$= 2{,}1\,x\,10^{5}\,N + 690\,N = 210.690\,N \quad atau \quad 2{,}1\,x\,10^{5}\,N$$

b. d = 50 cm = 0,5 m

Δt = $\frac{d}{v}$ = $\frac{0{,}5\,m}{3{,}8\,\frac{m}{s}}$ = 0,13 s

$F = \frac{540\,N.s}{0{,}13\,s} = 4{,}2\,x\,10^{3}\,N$

$F_{tanah} = F + mg = 4{,}2\,x\,10^{3}\,N + 0{,}69\,x\,10^{3} N = 4{,}9\,x\,10^{3}\ N =$ $4900\ N$

3. Sebuah senapan mesin dipasang di atas kertas kereta yang dapat menggelinding bebas tanpa gaya gesekan di atas permukaan horizontal. Massa sistem (kereta+senapan) pada suatu saat tertentu adalah M. Pada saat tersebut, senapan memuntahkan peluru-peluru bermassa m dengan kecepatan u terhadap kerangka acuan. Kecepatan kereta dalam kerangka ini adalah v dan kecepatan peluru terhadap kereta adalah u–v. Banyaknya peluru yang ditembakkan terhadap satuan waktu adalah n. Hitunglah percepatan kereta tersebut!

Pemecahannya:

Anggap tidak ada gaya eksternal yang bekerja pada sistem, maka berdasarkan persamaan (5-19a), kita peroleh:

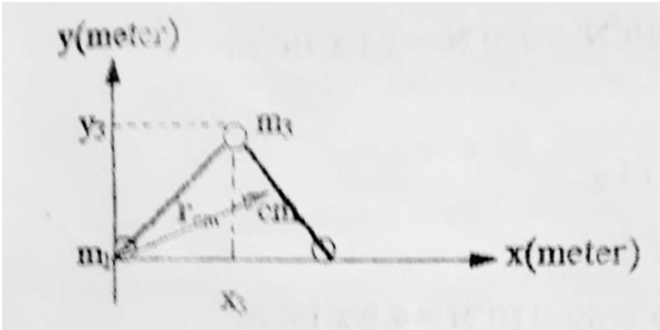
$$M\frac{dv}{dt} = v_{rel}\frac{dM}{dt}$$

di sini $\frac{dv}{dt} = a$ = percepatan sistem, $v_{rel} = u - v$, dan $\frac{dM}{dt} = -mn$ yaitu pengurang massa sistem tiap satuan waktu. Maka kita peroleh,

$$M\,a = (v_{rel})(-mn) \quad atau \quad a = -\frac{v_{rel}\,mn}{M}$$

4. Tentukan letak pusat massa sistem tiga partikel yang bermassa m_1= 1 kg, m_2= 2 kg, dan m_3= 3 kg, masing-masing terletak di titik sudut segitiga sama sisi dengan rusuk 1 m.

Pemecahannya:



Gambar 5.4

Pilih sumbu x berimpit dengan salah satu sisi segitiga pada gambar 5.4

x_3 = ½ meter

$y_3 = \left[1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

$x_{cm} = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i}$

$= \frac{[(1\ kg)(0)+(2\ kg)(1\ m)+(3\ kg)(\frac{1}{2}m)}{1\ kg+2\ kg+3\ kg} = \frac{7}{12}$ m

$y_{cm} = \frac{\Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i}$

$= \frac{[(1\ kg)(0)+(2\ kg)(0)+(3\ kg)(\frac{\{3\}^{\frac{1}{2}}}{2}m)}{1\ kg+2\ kg+3\ kg} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{4}$ m

5.11. Soal-Soal Latihan dan Diskusi

5. Sebuah partikel bermassa m bergerak dengan kecepatan v menumbuk partikel lain yang identik dan dalam keadaan diam. Hitunglah laju kedua partikel setelah tumbukan, anggap tumbukan adalah elastik.
6. Sebuah benda yang memiliki massa yang sama bergerak berlawanan arah dengan kecepatan 20 m/s. Setelah tumbukan kedua benda menjadi satu. Hitunglah kecepatan kedua benda dan arahnya.
7. Sebuah benda bermassa 15 kg bergerak ke kanan dengan kecepatan 3 m/s menuju ke benda lain yang bergerak ke kiri dengan kecepatan 7,5 m/s, dan massanya sebesar 6 kg. Hitunglah besar kecepatan akhir tiap benda setelah tumbukan lenting sempurna.
8. Dua buah benda dengan kecepatan masing-masing 2 m/s dan 4 m/s. Kedua benda tersebut memiliki massa masing-masing sebesar 2 kg dan 3 kg. Hitunglah kecepatan benda setelah terjadi tumbukan tidak lenting sama sekali.
9. Sebuah proton bergerak dengan kecepatan $8{,}2 \times 10^5$ m/s bertumbukan secara elastik dengan sebuah proton stasioner pada target hydrogen. Satu di antara proton-proton teramati terhambur pada sudut 60^o. Pada sudut berapakah proton-proton kedua teramati, dan berapa kecepatan kedua proton setelah tumbukan?

10. Sebuah roket mula-mula beratnya 30.000 N. Roket ditembakkan vertikal ke atas dan setelah bahan bakarnya habis, beratnya tinggal 10.000 N. Gas disemburkan sebanyak 10 kg/s dengan kecepatan 5000 m/s relatif terhadap roket (kecepatan semburan). Selama pembakaran dianggap kedua momentum konstan.
    a. Hitunglah gaya dorongnya!
    b. Andai semua gaya eksternal diabaikan, termasuk gravitasi dan hambatan udara (gesekan udara), hitunglah laju roket ketika bahan bakarnya habis!

MOMENTUM SUDUT DAN BENDA TEGAR

BAB VI

Pada bab-bab sebelumnya tentang gerak benda hanya berdasarkan pada gerak translasi saja dan besaran fisis yang digunakan adalah momentum linier, jika tidak ada gaya luar yang bekerja pada sistem, maka momentum linier merupakan besaran yang kekal. Dalam bab ini selain gerak translasi, kita masukkan gerak rotasi dan selanjutnya akan dibahas sistem dimana jarak antara dua partikelnya tetap. Sistem ini disebut **sistem benda tegar**.

6.1. Momentum Sudut

Dari hukum II Kepler, bahwa luas yang dilalui garis hubung antara matahari dan planet dalam selang waktu yang sama adalah sama besar (Gambar 3.4b), $r_1 v_1 = r_2 v_2 = konstan$. Jika persamaan ini dikali dengan besaran m, kita peroleh,

$$L = m\,r\,v$$

$$\boldsymbol{m\,r_1 v_1 = m\,r_2 v_2} \qquad (6-1)$$

$$L_1 = L_2$$

Hal tersebut tidak lain adalah menyatakan kekekalan momentum sudut. Momentum sudut ini merupakan besaran vektor,

$$L = r\,p$$

6.1.1. Kinematika Rotasi

Seperti halnya dengan gerak rotasi, kita mengenal pula kinematika pada gerak rotasi. Besaran-besaran yang ada pada kinematika rotasi, diantaranya,

- Pergeseran sudut, yaitu $\Delta\theta$
- Kecepatan sudut sesaat, yaitu $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ arahnya sejajar dengan sumbu putar
- Percepatan sudut sesaat, yaitu $\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
- Dan hubungan antara kecepatan (tangensial) gerak dan kecepatan sudut diberikan oleh persamaan,

$$\boldsymbol{v = \omega r}$$

Sedangkan hubungan antara besaran-besaran dalam kinematika rotasi mempunyai bentuk yang sama dengan hubungan antara besaran pada kinematika translasi.

6.1.2. Momentum Sudut Partikel Tunggal

Pada pembahasan di atas, kita sudah mengetahui momentum sudut, kini akan didefinisikan momentum sudut dalam bentuk vektor. Sebuah partikel bermassa m yang berada pada vektor posisi r dan bergerak dengan kecepatan v, mempunyai momentum sudut terhadap tiitk asal sebesar:

$$\boldsymbol{L = m\,v\,r} \qquad (6-2)$$

Karena mv adalah momentum linier p, maka momentum sudut memenuhi hubungan

$$\boldsymbol{L = r\,p} \qquad (6-3)$$

Dari Hukum II Newton, diperoleh hubungan,

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{m}\,\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{dp}}{\boldsymbol{dt}} \qquad untuk\;\; m\;\; tetap$$

Bila kedua ruas dilakukan perkalian silang dengan r, didapatkan,

$$\boldsymbol{F}\,\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}\,\frac{\boldsymbol{dp}}{\boldsymbol{dt}}$$

$$= \frac{\boldsymbol{d}(\boldsymbol{rp})}{\boldsymbol{dt}} \qquad (6-4)$$

Karena,

$$\frac{d(rp)}{dt} = \frac{dr}{dt}\,p \;+\; r\,\frac{dp}{dt}$$

$$= \; v\,m\,v \;+\; r\,\frac{dp}{dt}$$

$$= mv\,v \;+\; r\,\frac{dp}{dt}$$

$$= r\,\frac{dp}{dt} \quad sebab\;\; v\,v = 0$$

Jadi persamaan (6-4) dapat ditulis sebagai,

$$\boldsymbol{F}\,\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{dL}}{\boldsymbol{dt}} = \boldsymbol{\tau} \qquad (6-5)$$

Besar F r disebut τ atau torsi atau momen gaya. Hubungan antara momen gaya dengan momentum berlaku seperti Hukum II Newton, yaitu *jika resultan momen gaya yang bekerja pada partikel sama dengan nol, maka momentum sudut kekal, baik besar maupun arahnya*.

6.1.3. Analogi Gerak Rotasi dan Translasi

Jika dibandingkan antara gerak translasi dan gerak rotasi, terdapat beberapa kesamaan, di antaranya:

Rotasi	Translasi
$d\theta$	dr
$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	$v = \frac{dr}{dt}$
$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	$a = \frac{dv}{dt}$
I	m
$L = mr^2\omega = I\,\omega$	$p = m\,v$
$\tau = I\,\alpha$	$F = m\,a$
$\tau = \frac{dL}{dt}$	$F = \frac{dp}{dt}$
$W = \int \tau\, d\theta$	$W = \int F\, dr$
$E_k = I\,\frac{\alpha^2}{2}$	$E_k = m\,\frac{v^2}{2}$
$impuls = \int \tau\, dt = \Delta L$	$impuls = \int F\, dt = \Delta p$
$kekekalan\ momentum\ sudut$	$kekekalan\ momentum\ linier$
$W = \Delta E_k$	$W = \Delta E_k$
$Daya = P = \tau\, W$	$Daya = P = F\,v$

6.2. Benda Tegar

Benda tegar adalah sistem partikel banyak yang mempunyai jarak antara dua partikel sebarang dalam sistem adalah konstan. Setiap partikel dalam sistem bergerak sendiri-sendiri, akan tetapi jarak antara dua partikel tetap konstan. Gerak dari benda tegar ini dapat diuraikan menjadi gerak pusat massa dan gerak setiap partikel relatif terhadap pusat massa, karena jarak antara dua partikel sembarang tetap, maka letak pusat massa pada sistem tetap. Jadi pusat massa akan berada dalam keadaan diam atau bergerak lurus beraturan. Jika resultan gaya luar yang bekerja pada sistem adalah nol. Akan tetapi karena jarak antara partikel ke pusat massa tetap, maka setiap partikel melakukan gerak melingkar dengan pusat massa sebagai pusat lingkaran gerak dan kecepatan sudut dari partikel-partikel dalam sistem haruslah sama besarnya. Hal ini disebut sebagai benda tegar melakukan gerak rotasi terhadap pusat massa. Sementara itu untuk distribusi partikel yang kontinu, sistem tersebut dikatakan sebagai benda pejal.

6.2.1. Kesetimbangan Benda Tegar

Sebuah benda tegar berada dalam keadaan setimbang mekanik, bila dilihat dari suatu kerangka acuan inersia, jika:

- Percepatan linier pusat massanya $a_{cm} = 0$
- Percepaan sudut α mengelilingi suatu suatu sumbu tetap dalam kerangka acuan ini sama dengan nol.

Gerak translasi suatu benda tegar bermassa m ditentukan oleh persamaan,

$$F_{luat} = m\, a_{cm}$$

dengan F_{luar} adalah jumlah vektor dari semua gaya yang bekerja pada sistem. Karena syarat untuk keadaan setimbang $a_{cm} = 0$, maka resultan gaya yang bekerja pada benda sama dengan nol, atau

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2} + \cdots + \boldsymbol{F_n} = \mathbf{0} \qquad (6-7)$$

Dan untuk syarat yang kedua adalah $\alpha = 0$, maka dapat dituliskan bahwa jumlah vektor semua momen gaya luar yang bekerja pada sistem dalam keadaan seimbang sama dengan nol, atau

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau_1} + \boldsymbol{\tau_2} + \boldsymbol{\tau_3} + \cdots + \boldsymbol{\tau_n} = \mathbf{0} \qquad (6-8)$$

6.2.2. Pusat Gravitasi

Pusat gravitasi benda adalah titik tempat gaya yang setara dengan resultan gaya gravitasi bekerja. Titik ini haruslah sama dengan titik tangkap sebuah gaya tunggal, berarah berlawanan yang dikenakan pada benda agar benda berada dalam keadaan setimbang.

Untuk medan yang seragam (misalnya medan gravitasi bumi, **g**), sebuah gaya tunggal yang bekerja **mg**, berarah ke atas dan bekerja di pusat massa dapat menjaga benda agar benda berada dalam keseimbangan translasi dan rotasi. Jadi pusat gravitasi berhimpit dengan pusat massa. Bila medannya tidak seragam, maka pusat gravitasi akan bergeser dari pusat massa.

6.2.3. Dinamika Benda Tegar

Seperti halnya dinamika pada partikel, yang telah dikenal **F = m a**, maka pada dinamika rotasi benda tegar, dikenal

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{I\, \alpha} \qquad (6-9)$$

dan kerja yang dilakukan jika benda beregrak dari sudut θ_1 ke θ_2 adalah

$$\boldsymbol{W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \ d\theta} \qquad (6-10)$$

jika arah τ dan $d\theta$ sama, maka persamaan di atas dapat ditulis sebagai

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \ d\theta$$

dan perubahan energi kinetik benda adalah

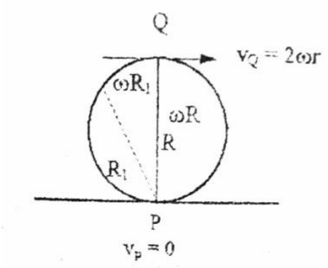
$$\boldsymbol{\Delta E_k = E_{k_1} - E_{k_2}}$$

$$\boldsymbol{= I \frac{\omega_1^2}{2} - I \frac{\omega_2^2}{2}} \qquad (6-11)$$

6.2.4. Gabungan Gerak Rotasi dan Translasi Benda Tegar

Gabungan dari gerak rotasi dan translasi pada benda tegar, disebut juga gerak menggelinding. Gerak ini meliputi gerak translasi bersama pusat massa dengan kecepatan x_o dan gerak rotasi relatif terhadap pusat massa dengan kecepatan sudut ω. Pandang silinder yang melakukan gerak menggelinding. Titik P berada di tanah, berarti titik P diam atau v_p= 0, kecuali jika ada slip. v_p adalah resultan kecepatan pusat massa v_o dengan kecepatan tangensial $v_T = \omega R$ dengan arah yang berlawanan dengan v_o, Jadi:

$$v_p = v_o - \omega\, R = 0 \quad sehingga \quad v_o = \omega\, R$$



Gambar 6.1.

Atau kecepatan gerak pusat massa sama dengan kecepatan tangensial pinggir silinder jika hanya ada gerak rotasi saja dan kecepatan titik Q haruslah sama dengan

$$v_Q = v_o + \omega\, R$$

$$v_Q = \omega\, R + \omega\, R = 2\, \omega\, R$$

di mana gerak silinder dapat dianggap sebagai gerak rotasi murni terhadap p dengan kecepatan sudut. Besar energi kinetiknya adalah:

$$E_{K_p} = I_p\, \frac{\omega^2}{2}$$

dari dalil sumbu sejajar:

$$I_p = m\, R^2 + I_o$$

Jadi energi kinetik rotasi terhadap titik p adalah

$$E_{K_p} = I_p\, \frac{\omega^2}{2}$$

$$= (m\, R^2 + I_o)\frac{\omega^2}{2}$$

$$\boldsymbol{E_{K_p} = m\, R^2\, \frac{\omega^2}{2} + I_o\, \frac{\omega^2}{2}} \qquad (6-12)$$

Suku pertama ruas kanan persamaan (6-12) adalah energi kinetik pusat massa, sedangkan waktu kedua titik lain adalah energi kinetik rotasi terhadap pusat massa. Titik singgung P disebut juga sebagai sumbu sesaat dari gerak menggelinding.

6.2.5. Kekekalan Momentum Sudut Benda Tegar

Untuk semua benda tegar, momentum sudut total dapat ditulis sebagai:

$$L = I\,\omega$$

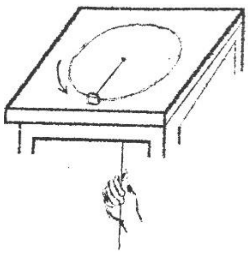
Jika resultan momen gaya yang bekerja pada benda adalah nol, maka

$$L = I\,\omega = kostan,\ \ karena$$

$$\tau = \frac{dL}{dt} = 0$$

6.3. Contoh-Contoh Soal dan Pemecahannya

1. Sebuah massa m diikatkan pada ujung tali dan ujung tali lainnya dimasukkan pada lobang di atas meja. Mula-mula bola berputar dengan kecepatan v_1= 2,4 m/s pada jari-jari r_1= 0,8 m. Kemudian perlahan-lahan tali ditarik ke bawah hingga jari-jari putaran turun menjadi r_2= 0,48 m. Hitunglah kecepatan v_2!



Gambar 6.2

Pemecahannya:

Pada sistem tidak terjadi perbahan momentum sudut.

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2\ ;\ \ karena\ \ I$$

$$= \ mr^2\ (momen\ inersia\ partikel\ tunggal)$$

$$m{r_1}^2\omega_1 = m{r_2}^2\omega_2$$

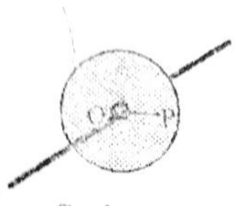
atau

$$\omega_2 = \omega_1\left(\frac{{r_1}^2}{{r_2}^2}\right);\quad perhatikan\ \ v = \ \omega\, r$$

$$v_2 = r_2\omega_2 = r_2\omega_2\left(\frac{{r_1}^2}{{r_2}^2}\right) = \ r_2\left(\frac{v_2}{r_1}\right)\left(\frac{{r_1}^2}{{r_2}^2}\right) = v_1\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

$$= \left(2{,}4\ \frac{m}{s}\right)\left(\frac{0{,}8\ m}{0{,}48\ m}\right) = 4{,}0\ m/s$$

2. Sebuah batu gerinda memiliki percepatan sudut konstan α sebesar 3 rad/s^2. Gerinda mulai berputar dari keadaan diam, pada keadaan ini sebuah garis, misalnya OP sedang horizontal. Tentukanlah, (a) pergeseran sudut garis OP, dan (b) laju sudut batu gerinda 2,0 detik kemudian!



Gambar 6.3.

Pemecahanya:

(a) $\theta = \omega_o t + \alpha \frac{r^2}{2}$

Pada t = 0, kita ketahui $\omega = \omega_o = 0$ dan $\alpha = 3\, rad/s^2$. Jadi setelah 2 detik:

θ = (0)(2 s) + (3 rad/s^2)(2 s)^2/2 = 6 rad = 0,96 putaran.

(b) $\omega = \omega_o + \omega t = 0 +$ (3 rad/s2)(2 s) = 6 rad/s

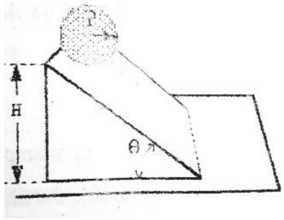
Atau

$$\omega^2 = \omega_o^2 + 2\,\alpha\,\theta$$

$$= (0) + (2)\left(3\ \frac{rad}{s^2}\right)(6\, rad) = 36\, rad^2/s^2$$

$$\omega = \sqrt{36 \frac{rad^2}{s^2} = \ 6\ rad/s}$$

3. Hitunglah laju sebuah bola pejal berjari-jari R dari posisi diam setinggi H dan meluncur di atas bidang miring tanpa gesekan.



Gambar 6.4

Pemecahannya:

Bola pejal yang menggelinding di atas bidang miring dari ketinggian H akan memiliki energi kinetik translasi dan rotasi serta energi potensial. Berdasarkan hukum kekekalan energi:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega_2^2 + mgy_2$$

Pada posisi tertinggi $y_1 = H$, $v_1 = \omega_1 = 0$; pada posisi terendah $y_2 = 0$, maka

$$0 + 0 = mgH = \frac{1}{2}m\,v_2^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega_2^2 + 0$$

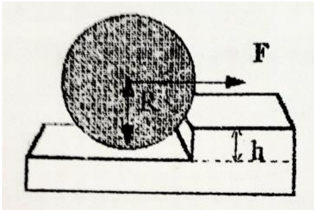
Karena: Icm (bola pejal) = $2mR^2/5$ dan $\omega_2 = \frac{v_2}{R}$, maka

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + \left[\frac{\left(\frac{2mR^2}{5}\right)}{2}\right]\left[\frac{v_2^2}{R^2}\right] = mgH$$

Atau

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{5}\right)\right]v_2^2 = gH \;\; atau \;\; v_2 = \sqrt{\left(\frac{10gH}{7}\right)}$$

4. Sebuah roda pejal bermassa M berjari-jari R. Roda ditarik dengan gaya F seperti pada gambar 6.5. Hitunglah gaya minimum yang diperlukan agar roda dapat naik ke atas setinggi h! ($h < R$)



Gambar 6.5.

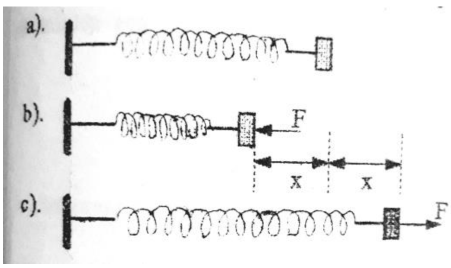
Sebuah silinder pejal bermassa M dan berjari-jari R menggelinding turun dari bidang miring tanpa tergelincir. Tentukan laju pusat massanya ketika silinder tiba di dasar bidang miring.

GERAK OSILASI

BAB VII

7.1. Gaya Pegas dan Energi Potensial Pegas

Pada gambar di bawah, diperlihatkan proses pemendekan dan pemanjangan pada pegas akibat gaya tekan dan Tarik F yang bersangkutan. Dalam hal ini pada gambar (7.1a) pegas belum menerima gaya, sedangkan pada gambar (7.1b) pegas menerima gaya tekan F sehingga pegas memendek sejauh x. Selanjutnya pegas pada gambar (7.1c) menerima gaya Tarik F yang menyebabkan pegas memanjang sejauh x.



Gambar 7.1

Dalam proses pemendekan dan pemanjangan pegas itu ternyata besarnya gaya yang bekerja sebanding linier dengan perpindahan ke arah gaya yang bekerja. Jadi dapat ditulis,

$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{k}\,\boldsymbol{x} \qquad (7-1)$$

dengan k adalah tetapan pegas. Rumus (7-1) di atas dinamakan Hukum Hook, di mana tanda negatif pada rumus menyatakan bahwa sebagai akibat bekerjanya gaya F, maka oleh pegas timbul reaksi yang berlawanan F. Kemudian, andaikan akiat bekerjanya gaya F, pegas mengalami perpindahan infinitesimal dx, maka kerja yang diberikan dalam proses tersebut adalah dw= F dx = – k x dx. Dengan mengintegralkan kedua belah ruas, kita akan peroleh:

$$W = \int dw = -k \int x \; dx = -\frac{1}{2} k \, x^2 + c \qquad (7-2a)$$

Misalkan pada saat x= 0 dan w= 0, maka c = 0. Jadi persamaan (7-2a) dapat ditulis menjadi

$$\boldsymbol{W = -\frac{1}{2} \, k \, x^2} \qquad (7-2b)$$

Menurut rumus (7-2b) untukmengubah panjang pegas sejauh x, maka harus diberikan kerja sebesar **½ k $\mathbf{x^2}$**. Bila pegas itu dilepaskan dari kedudukannya itu, maka pada pegas terdapat “potensi (kemampuan)” untuk mengembalikan pegas ke keadaan awalnya yaitu keadaan sebelum ada simpangan. Ini berarti dalam kedudukan pegas telah berubah panjang sejauh x, pegas memounyai tenaga potensial Ep= – W sehingga

$$\boldsymbol{E_p = -\frac{1}{2} \, k \, x^2} \qquad (7-3)$$

Rumus ini menyatakan besarnya tenaga potensial yang dimiliki oleh pegas setelah pegas menyimpang sejauh x.

7.2. Persamaan Gerak Osilator

7.2.1. Persamaan Gerak Pegas

Untuk keperluan ini kita tinjau kembali Hukum Hook F= – k x. Menurut Hukum Newton F= m d^2x/dt^2, sehingga untuk pegas kita dapatkan persamaan:

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad atau \quad \frac{d^2x}{dt^2} + x\,\frac{k}{m} = 0 \qquad (7-4)$$

Dengan m adalah massa sistem. Persamaan (7-4) melukiskan persamaan gerak pegas. Untuk mengetahui penggunaaan persamaan gerak (7-4) maka terlebih dahulu kita akan mencari penyelesaiannya. Untuk maksud tersebut, misalnya tenaga yang diperlukan untuk menekan pegas sehingga memperoleh simpangan x= A (A menyatakan amplitude simpangan), maka tenaga total $E_T = E_p = ½\ k\ A^2$ (di sini energi kinetik sistem belum ada). Sekarang jika pegas dilepaskan misalnya kecepatan geraknya v dan simpangannya x, maka menurut hukum kekekalan energi:

$$\boldsymbol{E = \frac{1}{2}\,k\,A^2 = \frac{1}{2}\,m\,v^2 + \frac{1}{2}\,k\,x^2} \qquad (7-5)$$

Jika v dieleminir dari persamaan (7-5), maka akan diperoleh

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$= \sqrt{\frac{k}{m}\,(A^2 - x^2)} \quad atau \qquad (7-6a)$$

$$\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2)}} = \sqrt{\frac{k}{m}}\quad dt \qquad (7-6b)$$

Jika kedua ruas persamaan (7-6b) kita integralkan, maka diperoleh

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(A^2 - x^2)}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \int dt = \sqrt{\frac{k}{m}}\ t\ + c \qquad (7-7a)$$

Misalkan $x = A \sin\theta$, maka $dx = A \cos\theta\, d\theta$, sehingga ruas kiri (7-7a) dapat ditulis menjadi

$$\int \frac{A \cos\theta\, d\theta}{\sqrt{(A^2 - x^2)}} = \int \frac{\cos\theta\, d\theta}{\cos\theta} = \int d\theta = \theta$$

$$= \sqrt{\frac{k}{m}}\ t\ + c \qquad (7-7b)$$

Sehingga kita dapatkan

$$\boldsymbol{x = A\ \sin\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ t\ + c\right\}} \qquad (7-7c)$$

Sebelum lanjut, perlu dicatat di sini bahwa jika kita mengadakan substitusi $x = A \cos\theta$, maka dengan jelas tampak bahwa kita akan kembali pada persamaan (7-7b) jika negatif akar yang dipilih. Jika demikian hal nya $x = A\ \sin\theta$ atau $x = A\ \cos\theta$ merupakan penyelesaian. Dengan demikian secara umum penyelesaian itu dapat ditulis sebagai

$$\boldsymbol{x = A\ \sin\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ t\ + c\right\} + A\ \cos\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ \ t + c\right\}} \qquad (7-8a)$$

Secara umum amplitudo suku pertama dan suku kedua pada (7-8a) tidak perlu sama. Dalam hal ini misalnya amplitude mereka masing-masing adalah A1 dan A2, maka (7-8a) dapat dituliskan kembali menjadi

$$\boldsymbol{x = A_1 \ \sin\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ t\ + c\right\} + A_2\ \cos\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ \ t + c\right\}} \qquad (7-8b)$$

Pada saat t= 0 misalkan θ = 0, maka $c = \theta_o$ (di sini θ_o menyatakan sudut fasa awal), sehingga (7-8b) dapat ditulis menjadi

$$\boldsymbol{x = A_1 \ \sin\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ t\ + \theta_o\right\} + A_2\ \cos\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ \ t + \theta_o\right\}} \qquad (7-8c)$$

Jika ternyata persamaan (7-8) merupakan penyelesaian dari persamaan (7-4), maka cukup kita tinjau suku pertama saja, sedangkan untuk suku kedua kita tinggalkan saja sebagai latihan untuk pembaca.

Dalam hal ini,

$$\frac{dx}{dt} = A\sqrt{\frac{k}{m}}\ \cos\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ \ t + \theta_o\right\},$$

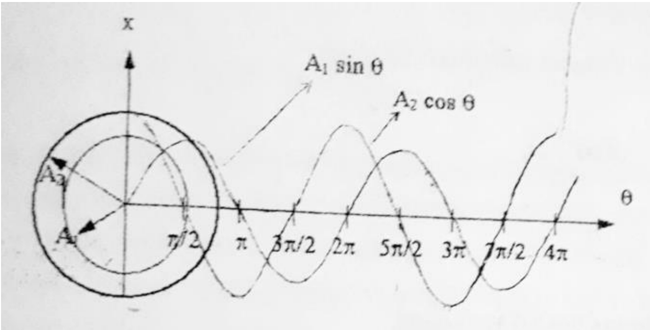
Maka

$$\frac{d^2x}{dt^2} \ = \ -A\ \frac{k}{m}\ \sin\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ \ t\ + \theta_o\right\}$$

Jika persamaan di atas kita masukkan ke persamaan (7-4), maka akan diperoleh

$$\frac{k}{m}\ A\ \sin\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ t\ + \theta_o\right\} + \frac{k}{m}\ A\ \sin\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}\ t\ + \theta_o\right\}\ = \ 0$$

yang ternyata benar memenuhi sebagai penyelesaian. Selain itu kedua suku penyelesaian (7-8) jika kita gambarkan kurvanya maka akan tampak seperti gambar 7.2.



Gambar 7.2

Dalam hal ini tampak bahwa antara fungsi sinus dengan cosinus memiliki selisih fasa sebesar $\frac{\pi}{2}$. Seperti telah dikemukakan bahwa maisng-masing komponen itu merupakan penyelesaian persamaan, maka juga superposisi antara keduanya juga penyelesaian persamaan (7-4). Jadi dapat disimpulkan bahwa untuk persamaan (7-4) yang mempunyai macam-macam penyelesaian, maka superposisi penyelesaian-penyelesaian itu juga merupakan penyelesaian. Sifat ini dinamakan *azas superposisi* yang jika kita perhatikan bentuk persamaan linier. Hal lain yang perlu kita catat di sini adalah faktor $\sqrt{\frac{k}{m}}$.

Faktor $\sqrt{\frac{k}{m}}$ t jelas mempunyai satuan sudut yaitu radial, maka akibatnya faktor $\sqrt{\frac{k}{m}}$ mempunyai satuan radial/detik, yang berarti

$\sqrt{\frac{k}{m}}$ adalah merupakan kecepatan sudut atau bisa juga disebut frekuensi sudut. Jadi nyatalah

$$\boldsymbol{\omega} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}}} \qquad (7-9)$$

merupakan kecepatan sudut osilator. Sifat lain yang dapat kita tandai dari penyelesaian di atas adalah: *kurva penyelesaian itu mempunyai maksimal dan minimal yang besarnya sama dengan amplitudo gelombang di mana kurva itu melukiskan suatu gerak periodik dalam artian setelah suatu periode waktu tertentu keadaan serupa kembali berulang*. Proses itu berlangsung secara bolak balik sebagai akibat osilasi atau getaran pegas. Kurva tersebut merupakan superposisi gelombang-gelombang sinusoidal, yaitu sinus, cosinus, dan eksponensial khayal (imaginer). Gerak semacam itu adalah merupakan gerak selaras (harmonik) yang dalam hal ini diterbitkan oleh getaran pegas. Hanya saja suatu gejala harmonik tidak perlu selalu sebagai gelombang sinusoidal, karena mungkin sebagai gelombang kotak atau gelombang gigi gergaji dan sebagainya. Pada proses getaran pegas itu, menurut (7-9) perioda waktu yang diperlukan osilator untuk mengalami satu putaran atau getaran penuh adalah

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{2\pi}\sqrt{\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{k}}} \qquad (7-10)$$

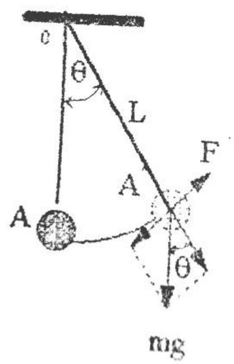
Yang berarti frekuensi getaran osilator adalah

$$f = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}}}{2\pi} \qquad (7-11)$$

mengingat bahwa $f = \frac{1}{T}$

7.2.2. Persamaan Bandul Sederhana

Suatu persamaan mekanis lain yang menghasilkan persamaan diferensial yang serupa bentuknya dengan persamaan gerak pegas adalah persamaan bandul sederhana. Pada Gambar 7.3,



Gambar 7.3

Andaikan panjang tali OA= L dan dianggap massanya nol sehingga massa dianggap terkumpul pada pemberat di A. Kemudian bandul itu diganggu dari tiitk kesetimbangannya dengan jalan memberikan padanya suatu simpangan θ yang kecil. Persamaan gerak sistem diperoleh dari $F = -mg\sin\theta$. Gaya F ini merupakan komponen gaya berat yang berusaha mengembalikan tiitk A pada kedudukan kesetimbangnnya (yaitu titik terendah A) yang arahnya berlawanan dengan simpangan bandul, maka dari itu diberi tanda negatif.

$$m\frac{d^2s}{dt^2} + \ m\,g\frac{s}{l} = 0, \quad atau$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \ g\ \frac{s}{l} \ = 0 \qquad (7-12)$$

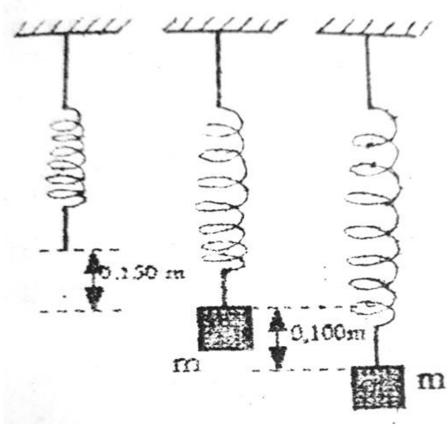
dengan s merupakan lintasan bandul yang berupa busur lingkaran. Persamaan (7-12) ini sama bentuknya dengan persamaan (7-4), sehingga analog dengan uraian kita pada persamaan gerak pegas kita dapat menunjukkan bahwa:

$$\boldsymbol{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}\ ,\ \ T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ ,\ \ dan\ \ f = \frac{\sqrt{\frac{g}{l}}}{2\pi}} \qquad (7-13)$$

yang masing-masing berhubungan dnegan kecepatan sudut, perioda, dan frekuensi bandul matematik. Patut dicatat di sini bahwa pengertian frekuensi setara pula dengan banyaknya putaran periodik.

7.3. Contoh-Contoh Soal dan Pemecahannya

Sebuah pegas memiliki simpangan 0,150 m, jika massa 0,300 kg diikatkan pada ujungnya. Selanjutnya pegas diberi simpangan 0,100 m dari titik seimbangnya (dengan massa 0,300 kg), kemudian dilepaskan (Gambar 7.4).



Gambar 7.4

Hitunglah:

a. Konstanta pegas k

b. Amplitudo osilasi A

c. Kecepatan maksimum v_m

d. Kecepatan v jika massa m berada 0,050 m dari titik seimbang, dan

e. Percepatan maksimum dari massa m.

Pemecahannya:

a. $k = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} = \frac{(0{,}300\ kg)(9{,}80\ ms^{-2})}{0{,}150\ m} = 19{,}6\ \frac{N}{m}$

b. Amplitude osilasi sama dengan simpangan A = 0,100 m

c. Dari hukum kekekalan energi, $\frac{1}{2}\ m\ v_m^2 = \frac{1}{2}\ k\ A^2$, karena x= 0,

$$V_M = A\sqrt{\frac{k}{m}} = (0{,}100m)\sqrt{\frac{19{,}6\ \frac{N}{m}}{0{,}300\ kg}} = 0{,}808\ \frac{m}{s}$$

d. Dari hukum kekekalan energi, $\frac{1}{2}\ m\ v^2 + \frac{1}{2}\ k\ x^2 = \frac{1}{2}\ k\ A^2$, didapat,

$$v = v_m\sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}} = \left(0{,}808\ \frac{m}{s}\right)\sqrt{1-\frac{(0{,}050\ m)^2}{(0{,}100\ m)^2}} = 0{,}700\ \frac{m}{s}$$

e. Dari Hukum II Newton, F= m a. Percepatan maksimum terjadi jika gaya papling besar, yaitu jika x = A = 0,100 m. Jadi:

$$a = k\ \frac{A}{m} = \frac{\left(19{,}6\frac{N}{m}\right)(0{,}100\ m)}{0{,}300\ kg} = 6{,}53\ \frac{m}{s^2}$$

7.4. Soal-Soal Latihan dan Diskusi

1. Sebuah pegas memiliki konstanta gaya pegas sebesar 10 N/m sedang melakukan suatu getaran periodik dengan massa beban pada pegas 100 gram. Jika simpangan maksimum dari getaran sebesar 5 cm, maka hitunglah besarnya kecepatan akhir getaran!
2. Sebuah bandul memiliki 100 gram dengan panjang tali 40 cm. Apabila percepatan gravitasi bumi 10 m/s2 dan bandul tersebut diberi sudut simpangan sebesar 10^o. Tentukanlah amplitudo getaran dan gaya pada saat simpangan maksimum serta perioda hetarannya.
3. Sebuah pegas terikat pada dinding dan terentang horizontal di atas meja yang permukaannya licin, jika dikenai gaya sebesar 15 N ternyata terentang sejauh 6,0 cm dari titik seimbangnya. Sebuah benda seberat 3 N kemudian dipasang di ujung pegas dan ditarik sejauh 8,0 cm dari titik seimbangnya. Benda kemudian dilepaskan dan melakukan gerak harmonik. Hitunglah:
   a. Konstanta gaya pegas,
   b. Gaya yang dikerjakan oleh pegas pada benda 3 N tepat sebelum dilepaskan,
   c. Perioda osilasi setelah dilepaskan,
   d. Amplitudo geraknya,
   e. Laju maksimum benda yang bergetar,
   f. Percepatan maksimum benda,

g. Kecepatam, percepatan, energi kinetik, dan energi potensial ketika benda telah bergerak setengah jalan dari posisi awal ke pusat geraknya,

h. Energi total dari sistem yang berosilasi, dan

i. Tuliskan simpangan benda sebagai fungsi dari waktu.

4. Tentukanlah persamaan yang menggambarkan gerak pegas yang diberi simpangan 20 cm dari keseimbangan dan kemudian dilepaskan, dan hitunglah periodanya setelah 1,50 s, serta hitung pula pergeserannya setelah 1,80 s!

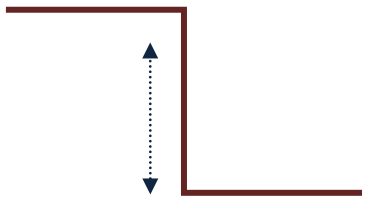
(Kunci Jawaban, harap email ke syamsul.bakhri.fti@umi.ac.id)

A. SOAL ESSAY

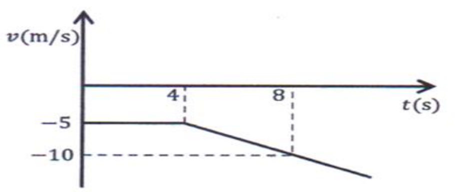
1. Sebuah mobil mula-mula diam, kemudian mobil ini dihidupkan dan bergerak dengan percepatan tetap 2 m/s^2. Setelah mobil bergerak selama 10 detik mesinnya dimatikan, mobil mengalami perlambatan tetap dan mobil berhenti 10 detik kemudian. Tentukanlah Jarak yang masih ditempuh mobil mulai dari saat mesin dimatikan sampai berhenti!
2. Sebuah bola dilempar mendatar dengan kecepatan awal 15 m/s dari ketinggian tertentu dan jatuh di tanah 2 detik kemudian. Gesekan udara diabaikan dan g= 10 m/s^2, hitunglah kecepatan bola pada saat jatuh di tanah!
3. Sebuah benda ditembakkan miring ke atas dengan sudut elevasi 60^o dan energi kinetik awal 400 joule. Jika g = 10 m/s^2, maka tentukanlah energi kinetik benda pada saat mencapai titik tertinggi.
4. Peluru A dan Peluru B ditembakkan dari senapan yang sama dengan sudut yang berbeda. Peluru A dengan sudut 30^o dan Peluru B dengan sudut 60^o. Berapakah perbandingan antara tinggi maksimum yang dicapai peluru A dengan peluru B?
5. Sebuah partikel dengan massa 1 kg didorong dari permukaan meja hingga kecepatan pada saat lepas dari bibir

meja 2 m/s seperti gambar di bawah. Hitunglah Energi Mekanik partikel (dalam *Joule*) pada saat ketinggian dari tanah 1 meter!

2 m



6. Sebuah benda bermassa 20 kg terletak pada bidang miring dengan sudut 30^o terhadap bidang horizontal. Jika percepatan gravitasi 9,8 m/s^2 dan benda bergeser sejauh 3 meter ke arah bawah, maka tentukanlah usaha yang dilakukan oleh gaya berat.
7. Sebuah benda bermassa 4 kg dijatuhkan tanpa kecepatan awal dari ketinggian 62,5 m. Jika percepatan gravitasi bumi g= 9,8 m/s^2, ketika menumbuk permukaan tanah, maka hitunglah momentum benda!
8. Gerak sebuah benda dijelaskan oleh grafik hubungan antara kecepatan dan waktu seperti ditunjukkan gambar di bawah ini!



Berapakah jarak yang ditempuh oleh benda hingga detik ke- 8?

9. Seorang tukang batu berada pada ketinggian 20 meter, sedang memegang 2 buah batu bata. Tukang batu menjatuhkan kedua buah batu bata terssebut ke bawah dengan selisih waktu satu detik. Anggap tidak ada gesekan udara dan percepatan gravitasi 10 m/s^2. Jika kedua batu bata tersebut mencapai tanah bersamaan, maka hitunglah kelajuan awal batu bata kedua!
10. Sebuah benda dengan massa 5 kg yang diikat dengan tali, berputar dalam satu bidang yang vertikal. Lintasan dalam bidang itu adalah suatu lingkaran dengan jari-jari 1,5 m. Jika kecepatan sudut tetap 2 rad/s, dan g= 10 m/s^2, maka berapakah tegangan tali pada saat benda itu berada pada titik terendah?
11. Sebuah elevator massa 400 kg bergerak vertikal ke atas dari keadaan diam dengan percepatan tetap sebesar 2 m/s^2. Jika percepatan gravitasi 9,8 m/s^2, maka hitunglah tegangan tali penarik elevator tersebut!
12. Sebuah palu bermassa 2 kg dan berkecepatan 20 m/s menghantam sebuah paku, sehingga paku itu masuk ke dalam 5 cm dalam kayu. Tentukanlah besar gaya tahanan yang disebabkan kayu ini!

B. SOAL PILIHAN GANDA

13. Lintasan sebuah zarah dinyatakan dengan X = A + Bt + C t^2. Dalam persamaan itu, X menunjukkan tempat kedudukan dalam cm, t adalah waktu detik A, B, dan C masing-masing merupakan konstanta. Satuan C adalah..
    A. cm/det
    B. cm/det2
    C. cm.det
    D. det/cm
    E. cm
14. Seorang yang massanya 80 kg ditimbang dalam sebuah lift. Jarum timbangan menunjukkan angka 1000 N. Apabila percepatan gravitasi bumi 10 m/s^2, maka dapatlah disimpulkan bahwa...
    A. Massa orang dalam lift menjadi 100 kg.
    B. Lift sedang bergerak ke atas dengan kecepatan tetap.
    C. Lift sedang bergerak ke bawah dengan kecepatan tetap.
    D. Lift sedang bergerak ke bawah dengan percepatan tetap.
    E. Lift sedang bergerak ke atas dengan percepatan tetap.

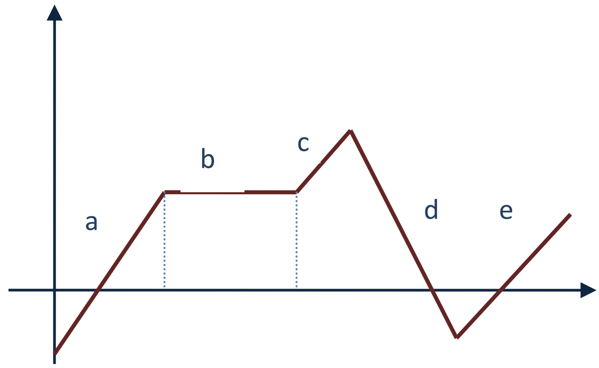
15. Sebuah menggantung, dalam keadaan normal panjangnya 20 cm. Bila pada ujung pegas digantungkan sebuah benda yang mempunyai massa 50 gram, panjang pegas menjadi 25 cm. Kemudian benda tersebut disimpangkan sejauh 4 cm, maka energi potensial elastik sistem adalah ... (Joule)

    A. 0, 008
    B. 0, 016
    C. 0,2
    D. 0,4
    E. 2

16. Diantara benda bergerak berikut ini, mana yang akan mengalami gaya terbesar bila menumbuk tembok sehingga berhenti?

    A. Benda bermassa 40 kg dengan laju 25 m/s.
    B. Benda bermassa 50 kg dengan laju 15 m/s
    C. Benda bermassa 100 kg dgn laju 10 m/s.
    D. Benda bermassa 150 kg dgn laju 7 m/s.
    E. Benda bermassa 200 kg dgn laju 5 m/s.

17. Gerak suatu benda digambarkan dengan grafik kedudukan(x) terhadap waktu (t). Bagian grafik yang menunjukkan kecepatan benda nol adalah bagian ...



A. a

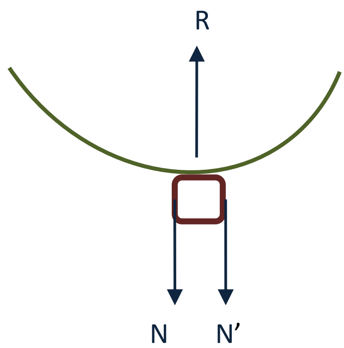
B. b

C. c

D. d

E. e

18.



Gaya vertikal yang berada pada mobil adalah N + N' dan mg (lihat gambar). Ketika mobil itu berada di puncak jalan kelajuannya V, maka ...

A. N + N ' = mg ; tak tergantung dari V.

B. N + N ' < mg ; selisihnya bergantung dari V.

C. N + N ' > mg ; selisihnya bergantung dari V.

D. $N + N' < mg$; selisihnya tak bergantung dari V.

E. $N + N' > mg$; selisihnya tak bergantung dari V.

19. Tinjau sebuah benda yang diluncurkan vertikal ke atas. Jika gesekan dengan udara dapat diabaikan, besar kecepatan awal minimum supaya benda itu tidak kembali ke bumi adalah v. Jika massa bumi M, massa benda m, dan jejari bumi R, maka v^2 berbanding lurus dengan ..

A. 2 R M

B. 2 R M m

C. 2 R m

D. 2 R^{-1} M m

E. 2 R^{-1} M

20. Seorang yang bermassa 60 kg menaiki tangga yang tingginya 15 m dalam waktu 2 menit. Jika g= 9,8 m/s^2, maka daya yang dikeluarkan orang itu adalah ...

A. 73,5 W

B. 75,0 W

C. 147 W

D. 450 W

E. 4410 W

21. Bila seluruh energi potensial kembali mejadi kalor pada suatu air terjun, agar perbedaan suhu air di atas dan di bawah air terjun 1 ^oC, maka tinggi air terjun haruslah (g = 10 m/s^2)

A. 10 m

B. 24 m

C. 420 m

D. 600 m

E. 840 m

22. Sebuah batu kecil dilempar ke atas dan mendarat di sebuah papan yang terletak 2 m di atas titik pelemparan. Jika kecepatan awal batu dilempar ke atas adalah 7 m/s, maka kecepatan batu ketika mengenai papan adalah.... (anggap arah ke atas adalah positif)

A. – 3 m/s

B. – 2 m/s

C. 0

D. 3 m/s

E. 3,5 m/s

23. Berat suatu benda di permukaan bumi adalah 490 Newton. Benda tersebut dibawa ke suatu planet yang memiliki jari-jari ½ kali jari-jari bumi dan massa jenisnya 2 kali massa jenis bumi. Jika dianggap planet dan bumi berbentuk bola, maka berat benda di planet itu adalah

A. 245 N

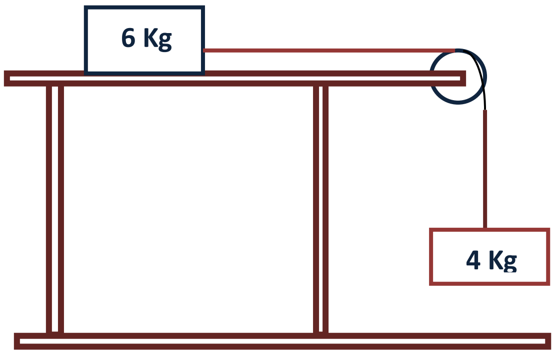
B. 490 N

C. 560 N

D. 630 N

E. 980 N

24. Sistem 2 benda dinyatakan seperti gambar di bawah dengan massa tali, massa katrol, dan gesekan pada katrol diabaikan. Jika koefisien gesek antara benda bermassa 6 kg dengan bidang $\frac{1}{3}$ dan percepatan grafitasi g, kedua benda bergerak dengan percepatan sebesar ...



A. $\frac{1}{6}$ m/s^2

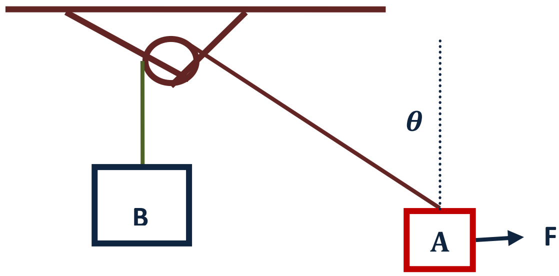
B. $\frac{1}{4}$ m/s^2

C. $\frac{1}{2}$ m/s^2

D. 1 m/s^2

E. 2 m/s^2

25. Gambar di bawah ini menunjukkan sistem katrol yang menghubungkan dua benda A dan B. Benda A ditarik dengan gaya F sehingga tali mengait benda A membentuk sudut θ dengan sumbu vertikal.



Besar sudut θ dan gaya F agar sistem setimbang adalah ...

A. $\theta = 30^{o}$ dan $F = 200\sqrt{3}$ N

B. $\theta = 60^{o}$ dan $F = 200$ N

C. $\theta = 30^{o}$ dan $F = 100\sqrt{3}$ N

D. $\theta = 30^{o}$ dan $F = 200$ N

E. $\theta = 60^{o}$ dan $F = 100\sqrt{3}$ N

26. Sebuah benda ditembakkan dari tanah ke udara. Pada ketinggian 9,1 meter komponen kecepatan bola dalam arah x adalah 7,6 m/s dan dalam arah sumbu y adalah 6,1 m/s. Jika percepatan gravitasi g= 9,8 m/s^2, maka ketinggian maksimum yang dapat dicapai bola kira-kira sama dengan ......

A. 14 m

B. 13 m

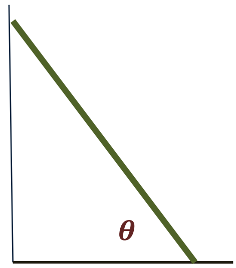
C. 12 m

D. 11 m

E. 10 m

27. Sebuah tangga homogen dengan panjang L diam bersandar pada tembok yang licin di atas lantai kasar

dengan koefisien gesekan statis antara lantai dan tangga adalah μ. Jika tangga membentuk sudut θ tepat saat akan tergelincir, maka besar sudut θ ....



A. $\theta = \frac{\mu}{L}$

B. $\tan\theta = 2\mu$

C. $\tan\theta = \frac{1}{2\mu}$

D. $\sin\theta = \frac{1}{\mu}$

E. $\cos\theta = \mu$

28. Sebuah benda bermassa m dilemparkan ke atas dari permukaan tanah dengan kelajuan awal Vo. Selain mendapatkan gaya gravitasi m g, benda tersebut mendapat gaya gesekan udara yg besarnya ¼ m g dan arahnya berlawanan dengan arah gerak. Kelajuan benda saat mencapai permukaan tanah lagi adalah ...

A. Vo

B. $\sqrt{\frac{3}{4}}$ Vo

C. $\sqrt{\frac{3}{5}}$ Vo

D. $\frac{3}{4}$ Vo

E. $\frac{3}{5}$ Vo

29. Pegas ideal sangat ringan (dengan massa diabaikan) digantung pada titik tetap. Ketika benda bermassa m dibebankan pada ujung bawah pegas. Pegas memanjang sehingga benda memiliki energi potensial pegas sebesar V m. Apabila benda tersebut diganti dengan benda bermassa M= 2 m, maka energi potensial pegas benda kedua sebesar ...

A. $V_M = 4\ V_m$

B. $V_M = 2\ V_m$

C. $V_M = V_m$

D. $V_M = \frac{1}{2}\ V_m$

E. $V_M = \frac{1}{4}\ V_m$

30. Sebuah balok terletak pada sebuah bidang datar. Pada saat t= 0 detik balok diam. Kemudian dari waktu t= 0 detik sampai t= 5 detik balok didorong dengan gaya konstan 40 Newton sejajar bidang datar sehingga bergerak dan baru berhenti pada t= 10 detik. Jika koefisien gesek kinetik antara balok dan bidang datar adalah 0,2 maka berat balok adalah

A. 40 N

B. 60 N

C. 80 N

D. 100 N

E. 120

FISIKA 1

Tidak sedikit orang beranggapan bahwa, "ilmu fisika itu sangat sulit untuk dipelajari dan dipahami".

Anggapan tersebut bisa saja benar, jika mempelajari fisika hanya dengan membaca dan menghafal rumus-rumus tanpa memahami konsep filosofisnya.

Buku ini hadir untuk menepis dan menghilangkan anggapan tersebut, dengan penekanan kepada ***Bagaimana Mempelajari Fisika melalui Pemahaman Filosofinya dan Bagaimana Menggunakan Konsep Matematis dalam Memahami Rumus-rumus Fisika***. Makanya dalam Pendahuluan buku ini dijelaskan tentang *Basic Sains Matematika* khususya tentang *Diferensial* dan *Intergral*.

Semoga Konsep Filosofi yang dihadirkan dalam buku ini akan membantu untuk lebih mengenal bahkan mencintai llmu fisika khususnya tentang Mekanika.

PENDIDIKAN
ISBN 978-623-348-297-4 (no.jil.lengkap)
9 786233 482974

JILID I
ISBN 978-623-348-298-1 (jil.1)
9 786233 482981

Penerbit Insan Cendekia Mandiri
Perumahan Gardena Maisa 2 Blok F03, Koto Baru,
Kec. Kubung, Solok
Email : penerbitbic@gmail.com
Website : www.insancendekiamandiri.co.id

IKAPI
IKATAN PENERBIT INDONESIA